Das Clavecin brisé von Jean Marius in der Berliner Sammlung und die Schlick-Stimmung*

von Helmut K. H. Lange, Braunsbach

Georg Kinsky schreibt in seinem Beitrag zur Geschichte des Klaviers[1], daß *„bei der Orgel – vorausgesetzt, daß das Pfeifenwerk noch das ursprüngliche ist – die Tonhöhe jeder Pfeife sicheren Aufschluß über ihre zugehörige Taste gibt"*, während bei den Klavieren die *„ursprüngliche Saitenstimmung nicht mehr feststellbar ist"*.

Diese Aussage bedarf insofern einer Korrektur, als es heute noch besaitete Tasteninstrumente gibt, bei denen relativ einfach die einstmals vom Erbauer beabsichtigte Stimmung (Temperatur) nachprüfbar ist. Der französische Klavierbauer Jean Marius nämlich – von ihm sind keine Lebensdaten bekannt; man weiß im allgemeinen nur von ihm, daß er am *„18. September 1700 ein Patent für 20 Jahre"*[2] für ein zusammenlegbares und tragbares Cembalo erhielt und daß er, wie auch der sächsische Organist Christoph Gottlieb Schröter, dem Paduaner Bartolomeo *„Cristofori sogar die Ehre der Erfindung"*[3] der Hammerklaviermechanik streitig machte, obwohl er erst *„1716 vier Modelle von Hammermechaniken bei der Académie Royale des Sciences in Paris einreichte"*[4], wohingegen Cristoforis Erfindung bereits im Jahre 1711 vom Marchese Scipione Maffei im *„Giornale dei letterati d'Italia"* (Venedig) beschrieben wurde[5] – Marius baute anfangs des 18. Jahrhunderts eine Reihe von Instrumenten mit eingebauter Stimmvorrichtung. Diese Tatsache scheint offenbar der Forschung bisher entgangen zu sein, da diese Stimmvorrichtungen, soweit dem Verfasser bekannt, in der Literatur weder erwähnt noch beschrieben werden. Lediglich Sachs[6] notierte gerade für das in Frage kommende Instrument: *„Auf der Linken, längs der Baßflanke ist eine Art beweglichen Maßstabes für die Saiten (?) angebracht"*. Das bei Sachs original in Klammern gesetzte Fragezeichen beweist, daß er die Funktion des *„beweglichen Maßstabes"* nicht zu deuten wußte.

Von den Theoretikern der vergangenen Jahrhunderte sind wir mehr oder weniger über die Stimmungen der Tasteninstrumente unterrichtet; aber in die Werkstattgeheimnisse eines nicht unbekannten Cembalobauers Einblick zu nehmen und festzustellen, wie zu der Zeit, da etwa Johann Sebastian Bach den ersten Teil seines *Wohltemperierten Klaviers* konzipierte, eine Cembalostimmung in der Praxis aussah, entbehrt nicht eines gewissen Interesses. Daß man dabei die Kenntnisse und Erfahrungen der Alten nicht unterschätzen darf, wie es vielfach geschieht, darauf habe ich früher schon hingewiesen[7]; die nachfolgenden Untersuchungen bestätigen dies in hervorragender Weise.

Donald Boalch[8] gibt eine Liste von sechs auf unsere Zeit gekommenen Reise-Cembali von Marius, von denen wenigstens einige die erwähnte Stimmvorrichtung besitzen. Eines unter ihnen befindet sich in der Sammlung des Musikinstrumenten-Museums des Staatlichen Instituts für Musikforschung der Stiftung Preußischer Kulturbesitz in Berlin mit der Katalognummer 288; man sagt, es stamme aus dem Besitz Friedrichs des Großen und soll von ihm auf seinen Reisen und Feldzügen benutzt worden sein[9].

Hans-Peter Reinecke, der Direktor des Staatlichen Instituts für Musikforschung, hatte die Freundlichkeit, den Verfasser ausgiebige Messungen an dem Marius-Instrument durchführen zu lassen. Die Veröffentlichung der Bilder (Photographien aus dem Archiv des Musikinstrumenten-Museums) geschieht mit seiner ausdrücklichen Erlaubnis. Herrn Professor Reinecke sei an dieser Stelle für sein großes Entgegenkommen Dank gesagt.

Das Berliner Clavecin brisé von Jean Marius aus Paris hat auf dem Resonanzboden die Signatur *„Exclusif privilege du Roy/Marius"*. Es ist nicht datiert. Der Klaviaturumfang reicht optisch von h^{-2} bis c^3 (vom Kontra-*H* bis zum dreigestrichenen *c*). Das Instrument hat allerdings die so genannte *G*-Kurzoktave[10]: Bei der tiefsten Taste erklingt der Ton g^{-2} (Kontra-*G*); die zweite Obertaste ist gespalten. Die Besaitung ist dreichörig: Zweimal 8' und einmal 4'.

Die Stimmvorrichtung ist am linken Gehäuserand (siehe die Abbildungen) neben dem Saitenchor für die tiefste Taste deutlich zu sehen. Sie besteht aus einer Stimmleiste, einer hölzernen Leiste von ca. 92 cm Länge, 13,5 mm Breite und 6,0 mm Stärke. Am hinteren Ende ist die Stimmleiste mit einem Schlitten fest verbunden, der, auf einer Führungsleiste von 12 mm Breite gleitend, eine leichte Beweglichkeit vor- und rückwärts ermöglicht.

Etwa in den vorderen zwei Dritteln der Stimmleiste sind 13 Messingstifte in gewissen Abständen in das Holz eingelassen. Neben jedem Messingstift ist im Holz noch deutlich eine Gravur sichtbar: ut – ut♯ – re – mi♭ – mi – fa – fa♯ – sol – sol♯ – la – si ♭– si – ut. Die Stifte mit den Bezeichnungen: ut – ut♯ – . . . etc. sind der Klaviatur am nächsten, diejenigen mit den Bezeichnungen: . . . – si – ut sind der Klaviatur am fernsten. Diese 13 Messingstifte (Tonstifte) bilden den Stimm- oder Temperaturmaßstab.

Dicht neben der Führungsleiste und in direkter Berührung mit dem Schlitten verläuft die Stimmsaite. Nach erfolgter Einstellung der Stimmleiste wird die Stimmsaite mittels eines Elfenbeinplättchens, das neueren Datums zu sein scheint, am Schlitten festgeklemmt. Vorne, in der Nähe der verdeckten Kielmechanik, läuft die Stimmsaite über einen festen, jedoch justierbaren Steg (Stimmsteg). Der frei schwingende Teil der Stimmsaite wird also durch diesen Stimmsteg einerseits und durch die vordere (der Klaviatur nähere) Kante des Schlittens andererseits begrenzt.

Hinter dem Stimmsteg befindet sich eine hölzerne Abdeckung von 11 cm Länge und 3 cm Breite. Aus dieser Abdeckung heraus bis knapp über die Stimmsaite ragt ein waagerecht liegender, durch eine nicht sichtbare Feder beweglicher Springer, in dessen Zunge von unten her ein Kiel steckt (Anreißvorrichtung). Rechts von der hölzernen Abdeckung ist eine Messingrolle mit einem Durchmesser von 2 cm horizontal angebracht; die Achse der Rolle steht senkrecht zum Resonanzboden. Über diese Rolle läuft ein Bindfaden, aus der Richtung der Klaviatur herkommend, unter die hölzerne Abdeckung. Zieht man an dem Bindfaden, so bewegt sich die Anreißvorrichtung nach rechts und bringt die Stimmsaite zum Erklingen.

Über der hölzernen Abdeckung schwebt gewissermaßen ein nach rückwärts in Flügelform geschwungener Messingbügel, der an der linken Gehäusewand befestigt ist. Die vordere, gerade Kante des Messingbügels verläuft parallel zur Klaviatur und bildet den Anschlag für die Tonstifte des Temperaturmaßstabes.

Für den Stimmvorgang wird die Stimmleiste unter dem Messingbügel hindurchgeschoben, bis jeweils ein Tonstift zum Anschlag kommt. Um dieses Hindurchschieben zu erleichtern, ist die Stimmleiste geteilt. Die beiden Teile sind durch ein Scharnier miteinander verbunden, so daß der vordere Teil der Stimmleiste, der den Temperaturmaßstab trägt, nach rechts ausgeschwenkt werden kann.

Der Abstand der beiden äußersten Tonstifte voneinander ist die Länge des Temperaturmaßstabes, die genau der halben Länge der Stimmsaite entspricht. Ist also die Stimmleiste ganz nach rückwärts verschoben, so daß der vorderste Tonstift zum Anschlag kommt, so muß der Stimmsteg so justiert werden, daß die Stimmsaite genau die doppelte Länge des Temperaturmaßstabes ergibt. Diese Länge der Stimmsaite stimmt annähernd überein mit der (klingenden) Länge des Saitenchores für die Taste c^o (kleines c)[11]. Gestimmt werden also die Töne der kleinen Oktave bis zum eingestrichenen c.

Das, was nun eigentlich interessiert, ist der Temperaturmaßstab selbst. Von welcher Zuverlässigkeit ist er? Welche Temperatur hat Marius dem Instrument zugedacht?

Zunächst ist festzustellen, daß der Temperaturmaßstab die Jahrhunderte augenscheinlich unversehrt überstanden hat. Die Stimmleiste weist keine Verwerfungen des Holzes auf. Die Tonstifte sind mit Akkuratesse im Holz eingelassen, nirgends weist das Holz Beschädigungen auf. Allerdings macht es einen auf den ersten Blick staunen, daß die Tonstifte fast alle mehr oder weniger schief stehen. Merkwürdigerweise ist die Richtung der Neigung bei allen Tonstiften die gleiche, nämlich nach rückwärts. Anscheinend hat sich bei der Herstellung des Temperaturmaßstabes ein anfänglich begangener Fehler eines falschen Abstandes der beiden ersten Tonstifte kontinuierlich fortgepflanzt. Doch mit dieser Feststellung greife ich meinen Meßergebnissen schon voraus. Denn ursprünglich war ich, wie könnte es anders sein, der Meinung, dieses Schiefstehen der Tonstifte sei zufällig und durch beschädigende Einwirkungen entstanden.

Ich führte also zwei Arten von Messungen aus (jede Art für sich bestand natürlich wieder aus einer Anzahl von Messungen, um einen guten Mittelwert zu erhalten): Einmal maß ich die Abstände der mehr oder minder schief sitzenden Tonstifte so wie sie sind; zum anderen maß ich die idealisierten Abstände der in Gedanken gerade, also genau senkrecht sitzenden Tonstifte. Dabei ergab sich jedoch, daß das Schiefsitzen der Tonstifte so gering ist, daß die entstehenden Unterschiede nur von sehr geübten Ohren hörbar sind. Die Differenzen schwanken um ein Cent bis herunter zu einem Fünfundzwanzigstel Cent; nur in einem Fall ergibt sich eine Differenz von knapp zwei Cents. Ich erspare mir daher die Mitteilung der „idealisierten" Meßergebnisse, da das Schiefsitzen der Tonstifte mit Sicherheit durch einen Justiervorgang des Temperaturmaßstabes von seiten des Instrumentenbauers bewußt herbeigeführt wurde. Das beweist nicht nur die spätere Auswertung meiner Meßergebnisse, sondern auch die schon angeführte Tatsache, daß die Neigungsrichtung der Tonstifte gleich ist, während die Größen der Neigungswinkel durchaus verschieden sind. Das schließt eine Beschädigung nahezu aus; eine Beschädigung hätte mit Sicherheit verschiedene Neigungsrichtungen der Tonstifte verursacht.

Als Meßgerät benutzte ich ein gutes Metermaß. Ein geeichtes Maß ist nicht notwendig, da ja bei diesem Meßvorgang keine absoluten Werte gebraucht werden. Der Parallaxenausgleich wurde durch Spiegelablesung hergestellt. Gleichwohl sind natürlich Meßfehler möglich; sie dürften sich aber innerhalb der Unhörbarkeit bewegen. Die Ablesung der Zehntel-Millimeter wurde geschätzt.

Gemessen wurden die Entfernungen der einzelnen Tonstifte vom hintersten Tonstift aus (man hätte es auch umgekehrt machen können). Durch Aufsummierung der Differenzen zur halben Länge der Stimmsaite erhält man die wirklichen Längen der Stimmsaite für die einzelnen Halbtonstufen. Diese Längen werden als absolute Zahlen (ohne Dezimalstellen) in ihre Primfaktoren zerlegt. Jetzt werden die musikalischen Proportionen (Quotienten) gebildet, wodurch sich verschiedentlich Primfaktoren wegkürzen. Mittels einer Primzahl-Cent-Tabelle erhält man durch Differenzbildung (die Cents sind Logarithmen; ein Quotient wird zur Differenz) sofort die Cents für die einzelnen Halbtonstufen. Die Temperatur liegt fertig vor (Tabelle 1).

Die Länge des Temperaturmaßstabes beträgt 51,47 cm; das entspricht nahezu genau der Länge von 19 Pariser Zoll[12]. Mithin beträgt die Länge der Stimmsaite 102,94 cm, das entspricht nahezu genau der Länge von 38 Pariser Zoll oder 456 Pariser Linien. Die einzelnen Ziffern der Zahl 456 entsprechen der Partialtonreihe des Durdreiklanges. Ob Marius mit dieser Länge der Stimmsaite einer harmonikalen Symbolik Ausdruck verleihen wollte, wissen wir nicht; wir können es nur ahnen, da immerhin die Partialtonreihe seit 1636 durch Mersenne bekannt war und Sauveur im Jahre 1702 erstmals eine wissenschaftliche Darstellung des Phänomens der Obertöne gab. In jedem Falle rechnete und maß er als Franzose seiner Zeit nach Pariser Linien und Zoll.

Das Messungsergebnis bescheinigt auf den ersten Blick eine modifizierte Mitteltönigkeit. In der Tat: Vergleichen wir die erhaltenen Werte mit einer Temperatur, deren Quinte um 1/5 des syntonischen Kommas (= 4,301 Cent) verengt ist (Tabelle 2), so ersehen wir eine Übereinstimmung zwischen Praxis und Theorie, wie sie besser wohl kaum sein könnte. In der Spalte unten rechts von Tabelle 1 haben wir die Differenzbildungen zwischen den Centswerten der mathematisch konzipierten Temperatur von Tabelle 2 und den durch Messung am Instrument erhaltenen Centswerten. Wir erkennen durch das negative Vorzeichen bei diesen Differenzbildungen, daß die gemessenen Werte ausnahmslos etwas zu klein sind und verstehen jetzt das oben Gesagte, daß sich anscheinend bei der Herstellung des Temperaturmaßstabes ein anfänglich begangener Fehler eines falschen Abstandes der beiden ersten Tonstifte kontinuierlich fortgepflanzt hat. Auch die durch eine nachträgliche Justierung verursachte gleiche Neigungsrichtung der Tonstifte wird somit verständlich.

Die kleinste Abweichung von 0,661 Cent ergibt sich bei der kleinen Sexte, die größte Abweichung von 2,165 Cent bei der großen Septime. Den mittleren arithmetischen Fehler erhalten wir durch Division der Summe der elf Differenzbildungen durch die Zahl 11 mit 14,239: 11 = 1,294 Cent. Das sind Hörtoleranzen, die von einem durchschnittlichen Ohr garnicht erfaßt werden.

Es erhebt sich noch die Frage, in welcher Größenordnung sich etwa begangene Meßfehler auf das Endergebnis auswirken können. Diese Frage ist rasch beantwortet.

Werden beim Halbton Meßfehler von $\pm 1/10$ mm begangen, so verändert sich das Endergebnis um $\mp 0{,}176$ Cent.

Nach Tabelle 1 wurde für den Halbton *cis* (= 82,492 Cent) die Saitenlänge 98,15 cm gemessen. Nehmen wir als Meßergebnis eine um 1/10 mm größere Saitenlänge an, so ergibt sich folgende Rechnung:

$$\begin{array}{lcr}
9816 = 2^3 \cdot 3 \cdot 409 & = & 3\,600.000\,000 \\
 & & 1\,901.955\,000 \\
 & & +\ 10\,411.148\,439 \\ \hline
 & & 15\,913.103\,439 \\ \hline\hline
10294 = 2 \cdot 5147 & = & 1\,200.000\,000 \\
 & & +\ 14\,795.419\,280 \\ \hline
 & & 15\,995.419\,280 \\ \hline\hline
10294 : 9816 & = & 15\,995.419\,280 \\
 & & -\ 15\,913.103\,439 \\ \hline
 & & 82.316 \\
 & & -\ 82.492 \\ \hline
\Delta & = & -\ 0.176 \text{ Cent} \\ \hline\hline
\end{array}$$

Werden bei der Quinte Meßfehler von $\pm 1/10$ mm begangen, so verändert sich das Endergebnis um $\mp 0{,}251$ Cent.

Werden bei der großen Septime Meßfehler von $\pm 1/10$ mm begangen, so verändert sich das Endergebnis um $\mp 0{,}315$ Cent.

Werden beim Halbton Meßfehler von $\pm 1/2$ mm begangen, so verändert sich das Endergebnis um $\mp 0{,}882$ Cent.

Werden bei der Quinte Meßfehler von $\pm 1/2$ mm begangen, so verändert sich das Endergebnis um $\mp 1{,}258$ Cent.

Werden bei der großen Septime Meßfehler von $\pm 1/2$ mm begangen, so verändert sich das Endergebnis um $\mp 1{,}575$ Cent.

Man sieht: Beim Halbton hat man die kleinsten Fehler. Das ist klar, denn je länger die Saite ist, desto kleiner wird der relative Fehler. Bei der Septime ist die Saite wesentlich kürzer; die Fehler erreichen das Maximum.

Begeht man Meßfehler von $\pm 1/10$ mm, so erhält man Ergebnisse, die mit Fehlern behaftet sind, die in den Grenzen zwischen $\mp 0{,}176$ Cent und $\mp 0{,}315$ Cent liegen. Solche Fehler sind immer möglich und sogar wahrscheinlich. Sie beeinflussen aber das Endergebnis so gering, daß sie praktisch vernachlässigbar sind.

Begeht man Meßfehler von $\pm 1/2$ mm, so erhält man Ergebnisse, die mit Fehlern behaftet sind, die in den Grenzen zwischen $\mp 0{,}882$ Cent und $\mp 1{,}575$ Cent liegen. Solche groben Fehler sind wohl möglich, aber doch kaum wahrscheinlich. Aber selbst sie beeinflussen das Endergebnis in einem Maße, das noch tolerierbar ist. Denn bedenken wir, daß mit Fehlern dieser Größenordnung in der üblichen Stimmpraxis durchaus zu rechnen ist.

In summa können wir feststellen, daß der von Marius vorgegebene Temperaturmaßstab für die Praxis von hinreichender Genauigkeit ist. Wir erhielten eine Temperatur, die aus der literarischen Überlieferung der Zeit mehrfach belegt ist.

Wir erkennen aber noch eines: Die obigen Fehlerabschätzungen bezeugen ganz allgemein – auch für die heutige Zeit – das Monochord nach wie vor als eines der besten (und billigsten!) akustischen Hilfsmittel, über das wir seit Jahrtausenden verfügen. Zusammen mit Rudolf Haase und anderen werde ich nicht müde, immer wieder darauf hinzuweisen. In der Theorie, für die Demonstration, für den Unterricht, für die Forschung und für die Praxis, hier im besonderen für die Stimmung von Tasteninstrumenten, ist es nach wie vor schnell und sicher einsatzbereit.

Selbstverständlich sollte man sich einer gewissen Genauigkeit befleißigen; das Abschätzen von Zehntelmillimetern sollte in der Übung sein. Denn man vergesse nicht, daß begangene Meßfehler sich mit jenen bei der Übertragung in die Praxis entstehenden Fehlern summieren können. Hier bei Marius haben wir es praktisch mit einem Monochord mit der Saitenlänge von etwa 1 m zu tun. Die heutigen Monochorde weisen, auch aus anderen Gründen, eine Saitenlänge von 144 cm auf. Die größere Saitenlänge wirkt sich günstig aus in Bezug auf die Meßgenauigkeit.

Ich erwähnte, daß ich mir die Mitteilung der „idealisierten" Meßergebnisse ersparen wolle. Ich trage hier nach warum. Auch diese Differenzbildungen, die zwischen den Centswerten der mathematisch konzipierten Temperatur von Tabelle 2 und den durch Messung am Instrument erhaltenen „idealisierten" Centswerten vorgenommen wurden, haben das negative Vorzeichen. Allerdings sind die Abweichungen etwas größer; sie schwanken zwischen 1,526 Cent beim Tritonus und 2,842 Cent bei der Quarte. Nur ein Wert fällt etwas aus der Reihe und das ist die Abweichung von 3,344 Cent beim Ganzton. Der Stift für den Ton *d* auf dem Temperaturmaßstab von Marius ist es denn auch, der durch nachträgliche Justierung den größten Neigungswinkel erhalten hat, um der mathematischen Vorlage näher zu kommen.

Oben hörten wir von einer Liste[8] von sechs Marius'schen Reisecembali. Es sind dies:

No. 1 Konservatorium Paris. Herstellungsjahr 1700?
No. 2 Konservatorium Brüssel. Signatur: Marius 1709.
No. 4 Leipzig, ehemals Heyer-Sammlung. Signatur: Marius 1713.
No. 5 Comtesse de Chambure, Paris. Herstellungsjahr 1715?
No. 6 Musikinstrumentenmuseum Berlin.
Signatur: „*Exclusif privilege du Roy/Marius*".
Herstellungsjahr unbekannt.

Das bei Boalch unter der Nummer 3 angeführte Instrument wurde im Juli 1901 in London versteigert. Ob es noch existiert, ist derzeit unbekannt. Es soll im Jahre 1709 gebaut worden sein.

Von Interesse wäre die Klärung der Frage, ob die restlichen, gegenwärtig noch existierenden Instrumente ebenfalls eine Stimmvorrichtung besitzen; wenn ja, welche Stimmung weisen sie auf?

Das Leipziger Instrument ist abgebildet auf Tafel 45 bei Russel[9] und bei Kinsky[13]. Eine Stimmvorrichtung ist nicht beschrieben und auf beiden Abbildungen auch nicht zu sehen; das gleiche gilt für Instrument No. 1, das sich im Musée Instrumental du Conservatoire National in Paris befindet[14]. Auch das Brüsseler Instrument aus dem Jahre 1709 verfügt über keine Stimmvorrichtung, soweit dem Verfasser bekannt ist. Freilich könnten die Stimmvorrichtungen dieser Instrumente irgendwann einmal entfernt worden sein. Das muß noch an Ort und Stelle untersucht werden.

Das Instrument No. 5, das sich in Pariser Privatbesitz befindet, ist beschrieben und abgebildet bei Norlind[2] und bei James[9]. Die Stimmvorrichtung ist in aller Deutlichkeit zu sehen. Allerdings scheint die Stimmleiste nicht nach rechts ausschwenkbar zu sein, das ist auf der Photographie gut zu erkennen.

Nehmen wir an, was noch einer Nachprüfung bedarf, daß die beiden Instrumente No. 1 und No. 2 aus den Jahren 1700 und 1709 tatsächlich ebensowenig eine Stimmvorrichtung besaßen wie das Leipziger Instrument aus dem Jahre 1713, und berücksichtigen wir, daß das Instrument No. 5 aus dem vermuteten Herstellungsjahr 1715 eine starre, nicht ausschwenkbare Stimmleiste hat, so können wir das Herstellungsjahr für unser Berliner Instrument keinesfalls vor 1715 ansetzen, da die ausschwenkbare Stimmleiste, die einer bequemeren Handhabung dient, wohl als allfällige Verbesserung zu betrachten ist. Möglicherweise hat Marius vor 1715 überhaupt keine Stimmvorrichtungen eingebaut.

Die Abbildung bei James[9] ist so gut und vor allem auch genau senkrecht von oben photographiert, wodurch keine perspektivischen Verzeichnungen entstehen, daß die deutlich erkennbaren Tonstifte auf dem Temperaturmaßstab direkt ausgemessen werden können. Freilich ist bei einer Photographie im Maßstab von ca. 1 : 12 mit etwas größeren Fehlern zu rechnen. Trotzdem bewegen sich die Fehlergrößen noch in einem solchen Rahmen, daß man mit aller Sicherheit sagen kann: Dem Pariser Instrument aus dem Jahre 1715 und dem Berliner Instrument wurden vom Erbauer genau die gleiche Stimmung zugedacht!

Tabelle 3 zeigt die Meßergebnisse für das Pariser Instrument. Die kleinste Fehlabweichung zu der mathematisch konzipierten Temperatur von Tabelle 2 beträgt 2,468 Cent bei der großen Sexte, die größte Fehlabweichung beträgt 4,414 Cent bei der kleinen Terz. Der mittlere Fehler beträgt 3,394 Cent. Das sind Fehler, die man in der Praxis zwar nicht mehr so gerne sähe, aber für den von uns geforderten Nachweis der Identität beider Stimmungen reichen diese Meßergebnisse wohl aus. Eine Messung in Paris wird das Ergebnis gewiß bestätigen.

In meinem Bonner Vortrag über Gottfried Silbermann[7c] teilte ich mit, daß *„der niederländische Organist Abraham Verheijen aus Nijmegen der erste war, der, neben einer exakten mathematischen Darstellung, die genauen relativen Saitenlängen der mitteltönigen Temperatur mitteilte, und zwar in einem Brief an den flämischen Mathematiker Simon Stevin."* Das war um das Jahr 1600. Neben den mitteltönigen Varianten, deren Quinten um 1/3 resp. um 2/7 des syntonischen Kommas verengt sind (die Werte lauten: $\sqrt[3]{\frac{10}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{90}$ resp. $\sqrt[7]{\frac{50}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt[7]{36450}$), gibt Verheijen[15] auch die Quinte derjenigen Mittelton-Variante an, die um 1/5 des syntonischen Kommas verengt ist (dieser Wert ist $\sqrt[5]{\frac{15}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{240}$), vielleicht damit andeutend, daß diese Temperatur damals in Gebrach war. Mehr als ein halbes Jahrhundert später bezeichnet Rossi[16] im Jahre 1666 dieselbe 1/5-Komma-Variante der mitteltönigen Stimmung als eine der seinerzeit üblichen Stimmungen.

Wir wissen, daß der Straßburger Orgelbauer Andreas Silbermann (1678–1734) nicht mehr rein mitteltönig stimmte, denn er lehnte den bösen mitteltönigen Wolf ab[7c]. Andreas Silbermann war Zeitgenosse von Jean Marius. Von 1704 bis 1706 arbeitete Andreas Silbermann bei François Thierry in Paris. Vielleicht kannten sich Silbermann und Marius. Von Marius wissen wir nun mit aller Sicherheit, daß er nach der 1/5-Komma-Variante der Mittelton-Temperatur stimmte. Es liegt daher die Vermutung sehr nahe, daß dies um 1700 die allgemein übliche Stimmpraxis in Paris war. Wir können weiter folgern und annehmen, daß auch Andreas Silbermann und dessen jüngerer Bruder Gottfried (1683–1753), der bis zum Jahre 1709 mit Andreas zusammenarbeitete, ebenso stimmten. In meiner oben zitierten Arbeit über Gottfried Silbermann[7c] schrieb ich noch, *„daß Silbermann im ersten Dezennium seines sächsischen Wirkens anders stimmte als späterhin. Wie, das wissen wir nicht."* Der Kreis scheint nun geschlossen.

Wahrscheinlich etwa von 1723 ab, als Gottfried Silbermann um ein Privilegium für das von ihm erfundene Cembal d'amour nachsuchte, das wegen seiner ganz besonderen harmonischen Anmut, seines scharfen und silberhellen Klanges und seiner ganz neuen und mühsamen Einteilung nach dem Monochord von allen Kennern und Zuhörern hochgeschätzt werde, stimmte er in der Art, die uns von Georg Andreas Sorge überliefert wurde[7c]: Die Quinte war um 1/6 des pythagoreischen Kommas verengt, was gleichbedeutend ist mit einer Verengung um 2/11 des syntonischen Kommas.

In meiner Arbeit *„In memoriam Arnolt Schlick"*[7a] stellte ich die Hypothese auf, daß Schlick 1/4 des syntonischen Kommas zur großen Terz addierte, wodurch seine Quinten um 3/16 des syntonischen Kommas zu klein wurden. Aus historischen Gründen vermag ich diese Hypothese nicht mehr aufrechtzuerhalten, da nun neben der theoretischen Darstellung von Verheijen und Rossi die 1/5-Komma-Variante der mitteltönigen Stimmung auch durch ihr tatsächliches Vorhandensein in der Praxis bei dem Cembalobauer Marius einwandfrei nachgewiesen werden konnte. Vielmehr hat Schlick seine Quinten nicht um 3/16 (= 4,032 Cent), sondern um den geringfügig größeren Wert von 3/15 = 1/5 des syntonischen Kommas (= 4,301 Cent) verkleinert!

Da, wie Husmann[17] mit Recht schreibt, das 8. Kapitel von Schlicks *Spiegel* [18] *„eine grundlegende Bedeutung für die Geschichte der europäischen Temperaturen besitzt,"* ist hier der Ort, Schlicks Intentionen noch einmal aufzuzeigen, um so mehr, als in den vergangenen 100 Jahren verschiedenartige Rekonstruktionen dieser Stimmung unternommen worden sind und Husmann zur Zeit der Niederschrift seines im Jahre 1967 veröffentlichten Beitrages meine oben genannte Publikation aus dem Jahre 1965 wohl noch nicht kennen konnte.

Schlick fordert – Husmann geht mit seinen Folgerungen entschieden zu weit, indem er aus den Formulierungen von Schlick, wie *„etwas vertieft"* und *„schwach vertieft"*, verschiedene Größen der Quinten ableitet – ganz klipp und klar zehn gleiche Quinten, die um 1/5 des syntonischen Kommas verengt sind, aufsteigend von *es*$^{+3/5}$ bis *cis*$^{-7/5}$. Ebenso fordert er mehr als drei bessere Terzen, da aus seinen Stimmanweisungen *„klar hervorgeht, daß zu diesen drei besseren Terzen noch vier weitere, ebensolche hinzukommen“*[7a], *„wiewohl die großen Terzen nicht gut, sondern alle zu hoch werden.“* Schlick betont also nachdrücklich auf Blatt 15 verso seines *Spiegels*, daß diese Terzen nicht rein nach mitteltöniger Art werden.

Die Quinte *as*$^{+2/5}$ – *es*$^{+3/5}$ vergrößert Schlick um den gleichen Wert, nämlich um 1/5 des syntonischen Kommas, um den die zehn vorgenannten Quinten verkleinert sind. Auf Blatt 16 recto formuliert Schlick das unmißverständlich: *„Darnach zu demselbigen Es mache seine Unterquinte As nicht in die Höhe, sondern etwas um das bißchen tiefer als die Quinte begehrt.“* Wenn man natürlich das durch Druckfehler entstellte Schlick'sche Wort *„bißchen“* mit *„prüfen“* übersetzt[17], dann ist es unvermeidlich, daß man zu Fehlinterpretationen kommt. Ich habe schon damals auf die schwere Lesbarkeit von Schlicks vor-lutherischem Deutsch hingewiesen; sein Heidelberger Dialekt hat noch heute eine verblüffende Ähnlichkeit mit dem Elsässischen!

Somit entsteht der Wolf zwischen *cis*$^{-7/5}$ und *as*$^{+2/5}$, *„und gerade da will ihn Schlick auch haben“*[7a]: *„Und wiewohl dasselbige Cis wird zu tief sein gegen seine Oberquinte As, darauf ist aber nicht zu achten, denn es wird nicht gebraucht, man wolle denn ganz per fictam musicam gehen, nämlich durch alle Semitonien, welches doch nicht notwendig ist“* (Blatt 17 recto).

Daß nun die Schlick'sche Quinte gerade um 1/5 des syntonischen Kommas verengt ist, beweist Schlick mit einem Satz von Blatt 15 verso, den ich der Einfachheit halber mit in Klammer stehenden Erläuterungen versehe: *„Um wieviel die soeben genannten Terzen* (gemeint sind die großen Terzen über *es*; *b*; *f*; *c*; *g*; *d*; *a* von je 390, 616 Cent) *besser sind* (als die Wolfsterzen über *h*; *fis*; *cis* von je 418, 768 Cent), *um so viel* (um 418, 768 – 390, 616 = 28, 152 Cent) *wird das Gis zu E und H böser.“* In der Tat sind die Terz *e-gis* (410, 166 Cent) um 23,852 Cent grösser als die reine große Terz (386, 314 Cent) und die Terz *as-ces* (287, 488 Cent) um 28, 153 Cent kleiner als die reine kleine Terz (315, 641 Cent). Die Schlick'sche Angabe der Fehlabweichung für die kleine Terz *as-ces* stimmt messerscharf (!); bei der großen Terz *e-gis* ergibt sich eine Differenz von nur (28, 152 – 23, 852 =) 4,300 Cent. Der blinde Organist Arnolt Schlick hörte also Kommaabweichungen mit derselben Präzision, wie wir sie für Georg Andreas Sorge bei der Wiedergabe der Silbermannischen Temperatur nachgewiesen haben[7c]. Damit hat uns Schlick selbst den Schlüssel in die Hand gegeben, für seine von ihm aufgezeichnete Temperatur mathematisch exakt eine Quintabweichung von 1/5 des syntonischen Kommas anzunehmen, obwohl er in seinem Werk *„nicht einmal das syntonische Komma, das A und O der mitteltönigen Stimmung, erwähnt“*[7a]. Schlicks *Spiegel* ist entspiegelt (siehe Tabelle 4).

Barbour[19] meint, *„wenn in der praktischen Musikausübung nicht mehr als zwei ♭- oder drei ♯-Vorzeichen gebraucht werden und wenn für die Töne, die gebraucht werden, die größtmögliche Konsonanz erwünscht ist, dann ist wahrscheinlich die 1/5-Komma-Variante der mitteltönigen Stimmung das Ideal, weil ihre Quinten und Terzen gleiche Abweichungen aufweisen: Die Quinten sind um 1/5 des syntonischen Kommas zu klein und die Terzen um 1/5 des syntonischen Kommas zu groß.“* Wenn wir daher die Tonartencharakteristik der Silbermannischen Temperatur Revue passieren lassen, die der Verfasser früher [7c] eingehend gewürdigt und die J.S. Bach zumindest toleriert hat, dann beschleicht uns eine Ahnung, wie Bach, der französischem Gusto keineswegs abhold war, vielleicht seine Instrumente gestimmt haben könnte. Nicht nur, daß in der 1/5-Komma-Variante der mitteltönigen Stimmung Terzen und Quinten zwar gegensätzliche, jedoch gleiche Kommaabweichungen aufweisen; gegenüber der Silbermannischen Temperatur haben wir hier auch etwas bessere kleine und große Terzen und bessere kleine und große Sexten, ja sogar reine Halbtöne (16:15) und reine große Septimen (15:8), ferner Tritoni von 585, 924 Cent, die nahe dem natürlichen Tritonus 7:5 = 582, 512 Cent liegen. Die Tonartencharakteristik ist – ganz naturgemäß – noch mehr mitteltönig gefärbt als bei Silbermann; das bewirken schon die etwas schärferen Wolfsterzen von 418, 768 Cent und die Wolfsquinte von 725, 806 Cent. Das in Tabelle 2 mitgeteilte Intervallgewebe gibt erschöpfende Auskunft über diesen Fragenkomplex. Wir verstehen jetzt auch, daß sich diese 1/5-Komma-Mittelton-Variante praktisch bis zur Verdrängung durch die gleichmäßige Temperatur ungebrochen behaupten konnte. – Zur Schlick'schen Tonartencharakteristik (siehe Tabelle 4) ist noch folgendes zu sagen: Bei Schlick erscheinen das große Chroma *As-Heses* ($\frac{135}{128}$ = 92, 180 Cents = *cis*$^{-1}$) als

Komplementärintervall zur Septime *A-Gis* ($\frac{256}{135}$ = 1107.820 Cents = *ces* $^{+1}$), ferner die „temperierten" Intervalle *As–C* (≈400 Cents) und *C-As* (≈800 Cents).

Es scheint uns hiermit der Nachweis gelungen zu sein, daß in der historischen Entwicklung der Temperatur der Tasteninstrumente schon sehr frühzeitig, vermutlich von Anfang an, die Tendenz vorhanden war, vom Wolf der mitteltönigen Stimmung wegzukommen. Die mathematisch klare und in der Praxis leicht einzustimmende Mittelton-Temperatur war für Jahrhunderte der Wegweiser gewesen, das Maß, an dem andere Temperaturen gemessen wurden. Die Könner aber, und zu ihnen ist neben Schlick 200 Jahre später auch unstreitig Marius zu rechnen, teilten das Monochord nach der 1/5-Komma-Variante, die ungleich schwerer einzustimmen ist, da sie keine ganz reinen Terzen hat, sondern nur reine Halbtöne und reine Septimen. Und die Legion der Auswahltemperaturen sowie die vielen anderen Teilungen des syntonischen Kommas waren wohl nur Versuche, dem Instrumentalisten und dem Instrumentenbauer mit praktischen Ratschlägen an die Hand zu gehen, oder aber auch Mittel und Wege zu finden, den Wolf ganz zu beseitigen, was schließlich um 1750 zu unserer heutigen gleichmäßigen Temperatur führte, die wir mit Fug und Recht als eine 1/11-Komma-Variante der mitteltönigen Stimmung bezeichnen können.

Abschließend können wir grob vereinfachend folgendes Entwicklungsschema für die musikalische Temperatur der Tasteninstrumente skizzieren, wobei die angegebenen Bruchteile des syntonischen Kommas die negative Abweichung vom Wert der reinen Quinte bedeuten:

1500 – 1700	Die mitteltönige Stimmung (1/4 synt. Komma; Quinte = 696,578 Cent) und die beiden 1/5-Komma-Varianten von Schlick und Marius (Quinte = 697,654 Cent) dürften die am häufigsten gebrauchten Stimmungen sein.
1723	Gottfried Silbermann kreiert die 2/11-Komma-Variante (Quinte = 698,045 Cent), die 2/12 = 1/6 des pythagoreïschen Kommas entspricht.
1750	Die 1/11-Komma-Variante (Quinte = 700,000 Cent) beginnt sich als gleichmäßige Temperatur durchzusetzen, die 1/12 des pythagoreïschen Kommas entspricht.

Anhang 1

Numerische Berechnung der 1/5 Komma-Variante der mitteltönigen Stimmung (Tabelle 5)

Die arithmetische Teilung des syntonischen Kommas in fünf Teile geschieht in bekannter Weise[7b, 7c] wie folgt:

$$\frac{81\cdot 5}{80\cdot 5} = \frac{405}{400} = \frac{401\cdot 402\cdot 403\cdot 404\cdot 405}{400\cdot 401\cdot 402\cdot 403\cdot 404}$$

400	=	$2^4\cdot 5^2$	=	10 372.6274 2773 Cents
401	=	401	=	10 376.9501 1175 Cents
402	=	$2\cdot 3\cdot 67$	=	10 381.2620 2941 Cents
403	=	$13\cdot 31$	=	10 385.5632 3423 Cents
404	=	$2^2\cdot 101$	=	10 389 8537 7930 Cents
405	=	$3^4\cdot 5$	=	10 394.1337 1732 Cents

		Cents	Quint-Schritte
401:400	=	4.3226 8402	4;9
402:401	=	4.3119 1766	5;10
403:402	=	4.3012 0482	1;6;11
404:403	=	4.2905 4507	2;7
405:404	=	4.2799 3802	3;8
		21.5062 8959	

Da der Quotient $\frac{403}{402}$ der Fünftel-Teilung des syntonischen Kommas (4.3012 5792 cents) am nächsten kommt, erscheint es zweckmäßig, die fünf Quotienten so auf die elf Quinten zu verteilen, daß der genannte Quotient insgesamt dreimal in der Temperaturaufstellung erscheint, die anderen vier Quotienten nur je zweimal. Die Reihenfolge der fünf Quotienten ist fortlaufend im Quintenzirkel, beginnend beim Ton *B* mit dem Quotient $\frac{403}{402}$ (siehe die Spalte „Quint-Schritte"). Da die Quinten verengt werden, werden sie mit den Kehrwerten der jeweiligen Quotienten multipliziert.
Der Exzeß (Überschuß) der Wolfsquinte berechnet sich wie folgt, wobei SK = syntonisches Komma:

$$11 \cdot (\text{Quinte} - 1/5\ \text{SK}) + \underbrace{(\text{Quinte} + \text{Exzeß})}_{\text{Wolfsquinte}} = 7\ \text{Oktaven}$$

$$\text{Exzeß} = 7\ \text{Oktaven} - 12\ \text{Quinten} + 11/5\ \text{SK}$$

$$= \frac{2^7 \cdot 2^{12} \cdot 401^2 \cdot 402^2 \cdot 403^3 \cdot 404^2 \cdot 405^2}{3^{12} \cdot 400^2 \cdot 401^2 \cdot 402^3 \cdot 403^2 \cdot 404^2}$$

$$= \frac{2^{10} \cdot 13 \cdot 31}{3^5 \cdot 5^2 \cdot 67}$$

Jetzt kann die Tabelle 5 erstellt werden.

Anhang 2

Die Schlick-Temperatur in der Stimmpraxis

$^1/_5$ SK = $^1/_{10} \cdot \sqrt[5]{101250}$; das Reziproke dieses Wertes ist $^1/_3 \cdot \sqrt[5]{240}$. Die um $^1/_5$ des syntonischen Kommas verengte Quinte ist $^3/_2 \cdot {}^1/_3 \cdot \sqrt[5]{240} = {}^1/_2 \cdot \sqrt[5]{240}$, die um $^1/_5$ des syntonischen Kommas vergrößerte Quinte ist $^3/_2 \cdot {}^1/_{10} \cdot \sqrt[5]{101\,250} = {}^3/_{20} \cdot \sqrt[5]{2 \cdot 3^4 \cdot 5^4}$. Die Wolfsquinte berechnet sich wie folgt:
10 • (Quinte - $^1/_5$ SK) + (Quinte + $^1/_5$ SK) + Wolfsquinte = 7 Oktaven.
Wolfsquinte = 7 Oktaven - 11 Quinten + $^9/_5$ SK

$$= 2^7 \cdot \frac{2^{11}}{3^{11}} \cdot \frac{3^7}{2^8 \cdot 5^2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$$

$$= \frac{2^{10}}{3^4 \cdot 5^2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$$

Mithin ergibt sich für die Schlick-Temperatur Tabelle 6 als numerische Darstellung.

Die Berechnungsarten der Tabellen 5 und 6 unterscheiden sich insofern, als für die 1/5 Komma-Variante der mitteltönigen Stimmung die rechnerisch einfache arithmetische, für die Schlick-Stimmung dagegen die mathematisch exakte Teilung des syntonischen Kommas verwendet wurde; letztere führt zur Wurzelrechnung. Vergleicht man jedoch die erhaltenen Ergebnisse miteinander, nämlich die Frequenzfaktoren und Saitenlängen für die Skala über dem Ton *a*, so konstatiert man bei der Näherungsrechnung, die die arithmetische Teilung nun einmal ist, eine für die Praxis mehr als hinreichende Genauigkeit.

Eine Klanganalyse der Schlick-Temperatur führt zu interessanten Erkenntnissen. Wir benutzen zu diesem Zweck die Intervallwerte aus Tabelle 6, um mit ihrer Hilfe die Schwebungen der in allen 24 Dur- und Molldreiklängen enthaltenen Terzen, Quarten, Quinten und Sexten zu berechnen (Tabelle 7). Das geschieht mittels der bekannten Formeln für die sogenannten Partialtonprimen[20]:

Quarte	3h - 4t
Quinte	2h - 3t
Kleine Sexte	5h - 8t
Große Terz	4h - 5t
Kleine Terz	5h - 6t
Große Sexte	3h - 5t

Basis ist der Kammerton $a^1 = 440$ Hz.

Schon ein verhältnismäßig flüchtiger Blick in die so erhaltene Schwebungstabelle belehrt uns über eigenartige harmonikale Schwebungsverhältnisse. Im einzelnen sind dies:

1) In den Moll-Dreiklängen
c - es - g
g - b - d
d - f - a
a - c - e
e - g - h
h - d - fis
fis - a - cis

gilt das Schwebungsverhältnis

Quinte: Große Terz: Kleine Terz ≈ 1 : 2 : 4.

2) In den Dur-Dreiklängen
Es - g - b
B - d - f
F - a - c
C - e - g
G - h - d
D - fis - a
A - cis - e

gilt das Schwebungsverhältnis

Quinte: Große Terz : Kleine Terz ≈ 3 : 5 : 15.

3) Im Dur-Dreiklang *As - c - es* gilt das Schwebungsverhältnis

Quinte : Große Terz : Kleine Terz ≈ 1 : 5 : 5.

4) Im Moll-Dreiklang *f - as - c* gilt das Schwebungsverhältnis

Quinte : Große Terz : Kleine Terz ≈ 1 : 6 : 8.

Die Rechnung gibt Aufschluß über die Genauigkeit dieser Schwebungsverhältnisse:

ad 1) Moll-Dreiklang c^2 - es^2 - g^2

Quinte	3.9111
Große Terz	7.8028
Kleine Terz	15.6250

Quinte: Große Terz : Kleine Terz ≈ 1 : 2 : 4

$$\frac{\text{Große Terz}}{\text{Quinte}} = \frac{7.8028}{3.9111} = 1.995$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 2 : 1 eine Abweichung von $\Delta = -0.25\%$.

$$\frac{\text{Kleine Terz}}{\text{Quinte}} = \frac{15.6250}{3.9111} = 3.995$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 4 : 1 eine Abweichung von $\Delta = -0.125\%$.

$$\frac{\text{Kleine Terz}}{\text{Große Terz}} = \frac{15.6250}{7.8028} = 2.002$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 2 : 1 eine Abweichung von $\Delta = +0.1\%$.

Insgesamt ergeben sich für alle sieben Moll-Dreiklänge genau dieselben Abweichungen.

ad 2) Dur-Dreiklang $c^2 - e^2 - g^2$

Quinte 3.9111
Große Terz 6.5347
Kleine Terz 19.5798

Quinte : Große Terz : Kleine Terz ≈ 3 : 5 : 15

$$\frac{\text{Große Terz}}{\text{Quinte}} = \frac{6.5347}{3.9111} = 1.671$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 5 : 3 = 1.667 eine Abweichung von $\Delta = +0.26\%$

$$\frac{\text{Kleine Terz}}{\text{Quinte}} = \frac{19.5798}{3.9111} = 5.006$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 5 : 1 eine Abweichung von $\Delta = +0.12\%$

$$\frac{\text{Kleine Terz}}{\text{Große Terz}} = \frac{19.5798}{6.5347} = 2.996$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 3 : 1 eine Abweichung von $\Delta = -0.13\%$.

Insgesamt ergeben sich für alle sieben Dur-Dreiklänge genau dieselben Abweichungen.

ad 3) Dur-Dreiklang $as^1 - c^2 - es^2$

Quinte 3.1134
Große Terz 15.6056
Kleine Terz 15.6250

Quinte : Große Terz : Kleine Terz ≈ 1 : 5 : 5

$$\frac{\text{Große Terz}}{\text{Quinte}} = \frac{15.6056}{3.1134} = 5.012$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 5 : 1 eine Abweichung von $\Delta = +0.24\%$.

$$\frac{\text{Kleine Terz}}{\text{Quinte}} = \frac{15.6250}{3.1134} = 5.019$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 5 : 1 eine Abweichung von $\Delta = +0.38\%$.

$$\frac{\text{Kleine Terz}}{\text{Große Terz}} = \frac{15.6250}{15.6056} = 1.001$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 1 : 1 eine Abweichung von $\Delta = +0.1\%$.

ad 4) Moll-Dreiklang $f^1 - as^1 - c^2$

Quinte 2.6139
Große Terz 15.6056
Kleine Terz 20.8333

Quinte : Große Terz : Kleine Terz ≈ 1 : 6 : 8

$$\frac{\text{Große Terz}}{\text{Quinte}} = \frac{15.6056}{2.6139} = 5.970$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 6 : 1 eine Abweichung von $\Delta = -0.5\%$.

$$\frac{\text{Kleine Terz}}{\text{Quinte}} = \frac{20.8333}{2.6139} = 7.970$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 8 : 1 eine Abweichung vonΔ= - 0.375%.

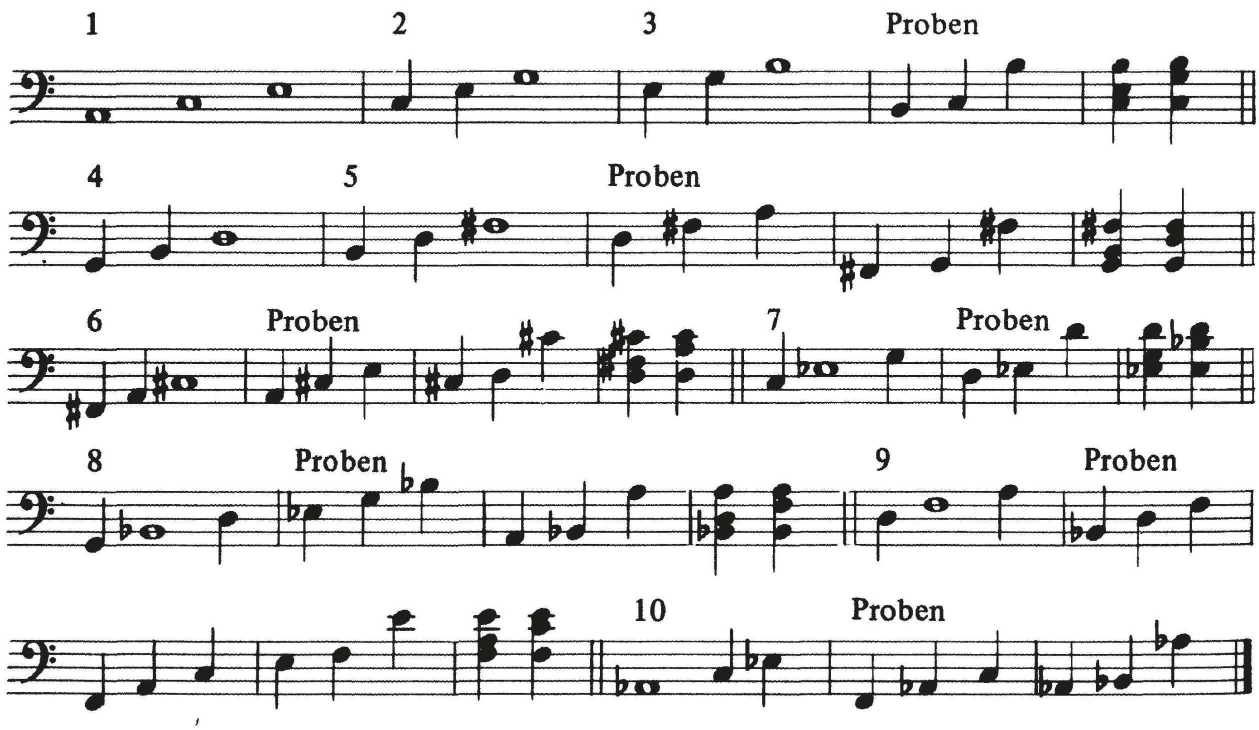
$$\frac{\text{Kleine Terz}}{\text{Große Terz}} = \frac{20.8333}{15.6056} = 1.335$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 4 : 3 = 1.333 eine Abweichung vonΔ= + 0.125%.

Die für die vorstehenden Dreiklänge nachgewiesenen Schwebungsverhältnisse weichen von den theoretischen Soll-Werten derart gering ab, daß sie in der Praxis mit diesen identifiziert werden können.

Beim Stimmen beachte man, daß die Quinten und die kleinen Terzen der genannten sieben Moll-Dreiklänge, der sieben Dur-Dreiklänge und des *f*-moll-Dreiklanges unterschwebend, die großen Terzen dagegen überschwebend sind; Quinte und große Terz des *As*-Dur-Dreiklanges sind überschwebend, die kleine Terz ist unterschwebend. Dies ist leicht aus den Tonlogarithmen von Tabelle 4 zu ersehen.

Da die Schlick-Temperatur, wie aus dem logarithmischen Intervallgewebe von Tabelle 4 hervorgeht, über je sechs reine Halbtöne 16 : 15 = 111.730 Cents und Septimen 15 : 8 = 1088.270 Cents verfügt, die von einem guten Stimmer zusätzlich aber nicht notwendigerweise als Gehörskontrollen zu gebrauchen sind, ergibt sich folgendes Stimm-Schema:



Ausgangspunkt ist der Kammerton a^1 (Takt 1). Wegen der hohen Zahl der Terz- und Sextschwebungen ist es empfehlenswert, das Legen der Temperatur in der kleinen und großen Oktave vorzunehmen. Zum Ton a^{-1} (großes A) stimme man die kleine Terz c^0 (kleines c) unterschwebend mit genau 3.2714 Schwebungen (siehe die Tabellen 4 und 7). Das ist auf viererlei Arten möglich:

1) mit Hilfe eines elektronischen Stimmgerätes;
2) mit Hilfe einer Stimmgabel von 131.346 Hz (Basis a^1 = 440 Hz);
3) mit Hilfe eines Metronomes[20]. Das ist, neben der Stimmgabel-Methode, die sicherste Art, Intervalle schwebungsmäßig einzustimmen: Bei einer Pendellänge von 37.15 cm, was einer Einstellung des Metronoms bei MM = 98 entspricht, zähle man genau zwei Schwebungen pro Metronomschlag ab.

4) Ein erfahrener Stimmer wird jedoch alle diese Hilfsmittel entbehren können, da er nach nur sechs Stimmschritten (Takt 5) wieder zum Ausgangston *A* (in diesem Falle der Ton a^0) zurückkehrt und die Richtigkeit der bisher gestimmten Intervalle überprüfen kann.

Der zweite Stimmschritt (Takt 1) ist die überschwebende große Terz c^0 - e^0. Hier hat man, wie in fast allen folgenden Stimmschritten, einen Molldreiklang (a^{-1} - c^0 - e^0) als Stimmhilfe zur Verfügung, dessen Schwebungsverhältnisse 1 : 2 : 4 hervorragend hörbar sind.

Von den sieben Dur-Dreiklängen, deren Schwebungsverhältnisse, weil ungeradzahlig, nicht ganz so ideal sind, werden nur zwei, der *C*-Dur- und der *G*-Dur-Dreiklang, als Stimmhilfen gebraucht (Takte 2 und 4); die anderen fünf Dur-Dreiklänge dienen einer guten und leichten Stimmkontrolle.

Die Töne *H* und *Fis* (Takte 3 und 5) werden wieder mit den sehr leicht hörbaren Schwebungen zweier Molldreiklänge eingestimmt. Im Anschluß an Takt 3 hat man die erste Stimmkontrolle mit dem reinen Halbton h^{-1} - c^0, bzw. seinem Komplementintervall, der Septime c^0 - h^0. Nach Takt 5 ergeben sich sogar zwei Stimmkontrollen, nämlich mit dem *D*-Dur-Dreiklang und dem Halbton fis^{-1} - g^1, bzw. dessen Komplement.

Die folgenden Stimmschritte und deren Proben – letztere sind nach jedem einzelnen Stimmschritt möglich – sind aus dem in Noten gesetzten Stimmschema ersichtlich und brauchen nicht mehr erläutert zu werden, da die jeweiligen Dreiklänge mittels der oben bewiesenen Schwebungsverhältnisse bequem einstimmbar sind.

Der Ton *As* (Takt 10) ist vor allem wegen des u n i t ä r e n Terz-Terz-Verhältnisses im *As*-Dur-Dreiklang ebenso leicht einzustimmen wie alle vorhergehenden Töne. Dieses Verhältnis sowie die mit rund 400 Cents in unserem heutigen Sinne temperierte große Terz und die wenig vergrößerte Quinte sind dafür verantwortlich, daß der *As*-Dur-Dreiklang, in der originalen Mitteltönigkeit der „böse Wolf", bei Schlick fast wohlklingend ist. Das entspricht ganz Schlick's eigener Formulierung von Blatt 16 verso seines ***Spiegels***, ***„daß es*** (das ***Gis***) ***zu C und Es gut sei."*** Als Probe dient der *F*-moll-Dreiklang.

Das soeben angesprochene unitäre Terz-Terz-Verhältnis im *As*-Dur-Dreiklang ist, in Verbindung mit der reinen kleinen Septime *B* - *As* 16 : 9 = 996.090 Cents – siehe Tabelle 4 – und deren Komplement, dem Ganzton *As* - *B* 9 : 8 = 203.910 Cents, die beide gleichermaßen einer Stimmkontrolle dienen können, ein zusätzlicher Beweis, falls es eines solchen überhaupt bedarf, für die Richtigkeit der wieder aufgefundenen Schlick-Stimmung.

Die Palette der harmonikalen Schönheit der Schlick'schen Temperatur wäre damit noch lange nicht zu Ende. Wir wollen uns jedoch damit begnügen, die sechs Septakkorde

es -	*g* -	*b* -	*d*
b -	*d* -	*f* -	*a*
f -	*a* -	*c* -	*e*
c -	*e* -	*g* -	*h*
g -	*h* -	*d* -	*fis*
d -	*fis* -	*a* -	*cis*

zu nennen, die sich sehr gut zur Stimmkontrolle eignen, da deren große Septimen 15 : 8 = 1088.269 Cents rein, also schwebungsfrei sind. Es sind dies Septakkorde, wie sie auf der sechsten Stufe der harmonischen Molltonleiter stehen. Allerdings ist es angeraten, um Überlagerungen zu vieler Schwebungsverhältnisse zu vermeiden, – bei Septakkorden entstehen normalerweise insgesamt fünfzehn Schwebungsverhältnisse; bei diesen hier nur zehn, da die Septimen schwebungsfrei sind –, entweder die Terz oder die Quinte wegzulassen; siehe das Stimm-Schema. In dieser Form bieten die Septakkorde den Vorteil, daß nur zwei Schwebungsverhältnisse entstehen, deren Fehlabweichungen exakt 0% betragen. Am Septakkord es^1 - g^1 - b^1 - d^2 sei dies nachgewiesen:

Quinte über es^1	2.3350
Quinte über g^1	2.9260
Große Terz über es^1	3.9014
Große Terz über b^1	5.8376
Kleine Terz über g^1	11.6896

$$\frac{\text{Große Terz über } b^1}{\text{Quinte über } es^1} = \frac{5.8376}{2.3350} = 2.500$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 5 : 2 = 2.500 eine Abweichung von Δ = 0%.

$$\frac{\text{Große Terz über } es^1}{\text{Quinte über } g^1} = \frac{3.9014}{2.9260} = 1.333$$

Das ergibt vom Soll-Verhältnis 4 : 3 = 1.333 eine Abweichung von Δ = 0%.

Bildet man alle zehn Schwebungsverhältnisse, so erhält man die harmonikale fortlaufende Proportion

Quinte im Durdreiklang	:	Quinte im Molldreiklang	:	Große Terz im Durdreiklang	:	Große Terz im Molldreiklang	:	Kleine Terz	= 12 : 15 : 20 : 30 : 60

Die obigen zwei Verhältnisse sind hier direkt ablesbar. Dies sei nur am Rande vermerkt.

Die Schlick-Temperatur ist ohne Hilfsmittel gehörsmäßig leichter einstimmbar als unsere heutige gleichmäßige Temperatur, deren Stimmkontrollen durchweg eine Abweichung von 1.9% haben. Zum Legen der Temperatur finden vornehmlich sieben Molldreiklänge Verwendung. Deren kleine Terzen sind besser als die der gleichmäßigen Temperatur; die Quinten sind besser als in der Mitteltönigkeit. Vor allem aber sind die Schwebungsverhältnisse innerhalb dieser Molldreiklänge einfacher als diejenigen innerhalb der Dur-Dreiklänge. Das dürfte einer der entscheidenden Gründe für die Beliebtheit und Bevorzugung der Moll-Tonarten in der Musik des goldenen Zeitalters sein.

Im Hauptteil dieser Arbeit sahen wir, daß die kleine Terz *as - ces* die von Schlick geforderte Fehlabweichung von 6/5 des pythagoreïschen Kommas (= 28.152 Cents) aufweist, während die große Terz *e - gis* eine Fehlabweichung von nur 23.852 Cents hat. Es wäre mathematisch kein Problem, die geringe Differenz von 1/5 des syntonischen Kommas (= 4.301 Cents) gleichmäßig auf die beiden Terzen zu verteilen, und eine neue, allerdings kompliziertere Theorie dieser Temperatur zu entwickeln. Das aber ist nicht im Sinne der alten Praktiker, die stets von überschaubaren Komma-Teilungen ausgingen. Darüber hinaus würden wir aller nachgewiesenen harmonikalen Schwebungsverhältnisse sowie der reinen Halbtöne und Septimen verlustig gehen; das ist die entscheidende Tatsache.

Die für die Schlick-Temperatur charakteristischen harmonikalen Schwebungsverhältnisse beleuchten nochmals in einzigartiger Weise das Phänomen Schlick, der mit seiner Stimmung zweifelsfrei seiner Zeit um 200 Jahre voraus war[7a], ehe ein neuer entscheidender Umbruch erfolgte.

Anmerkungen

* In memoriam Museumsrestaurator Friedrich Ernst.
1 Kinsky, *Kurze Oktaven auf besaiteten Tasteninstrumenten*, ZfMw 2, 1919.
2 Norlind, *Systematik der Saiteninstrumente, Teil 2: Geschichte des Klaviers*, Hannover 1939, Spalte 132.
3 Langhans, *Geschichte der Musik des 17., 18. und 19. Jahrhunderts*, Band 2, Leipzig 1887, S. 124.
4 Hirt, *Meisterwerke des Klavierbaus*, Olten 1955, S. 449.
5 Langhans; Hirt, S. 151.
6 Sachs, *Sammlung alter Musikinstrumente bei der Staatlichen Hochschule für Musik zu Berlin; beschreibender Katalog*, Berlin 1922, Spalte 72. – Bei Hans-Heinz Dräger, *Führer durch das Musikinstrumenten-Museum*, Berlin 1939, findet sich noch folgender Hinweis: *„An der Langseite ein Monochord mit Teilung für mitteltönige Temperatur zum leichteren Nachstimmen unterwegs."*
7a Lange, *In memoriam Arnolt Schlick*, in: Das Klavierspiel 7, Heft 4, Hamburg 1965.
7b Lange, *Ein Beitrag zur musikalischen Temperatur der Musikinstrumente vom Mittelalter bis zur Gegenwart*, Mf 21, 1968.
7c Lange, *Die Orgelstimmung Gottfried Silbermanns*, in: Instrumentenbau-Zeitschrift 24, Siegburg 1970; Kgber. 1970; ISO-Information, Lauffen am Neckar 1972/73, Hefte 8–10; Acta Organologica 7, Berlin 1973.
7d Lange, *Die mitteltönige Stimmung*, Das Musikinstrument 22, Frankfurt am Main 1973.
7e Lange, *Plädoyer für eine harmonikal-akustische Ausbildung der Musikstudenten an Konservatorien, Musikhochschulen und Universitäten*, Kgber. Berlin 1974.
8 Boalch, *Makers of the Harpsichord and Clavichord*, London 1956, S. 77.
9 Russel, *The Harpsichord and Clavichord*, London 1959, S. 55; Ph. James, *Early keybord instruments*, London ^{2}1960, S. 126; E. Winternitz, *Keyboard instruments in the Metropolitan Museum of Art*, New York 1961, S. 29; E. Closson, *History of the Piano*, London ^{2}1974, S. 70.
10 Kinsky, a.a.O.
11 Die Länge des Saitenchores für die Taste c^{0} ergab sich zu 102,40 cm.
12 H.-J. von Alberti, *Maß und Gewicht*, Berlin 1957, S. 227–228.

1 Pariser Linie	= 2,255 829 mm
1 Pariser Zoll (= 12 Pariser Linien)	= 2,706 995 cm
19 Pariser Zoll	= 51,43 cm
38 Pariser Zoll (= 456 Pariser Linien)	= 102,87 cm

13 G. Kinsky, *Katalog des Musikhistorischen Museums Wilhelm Heyer, Band 1: Besaitete Tasteninstrumente*, Köln 1910, S. 242; Abb. S. 98.
14 Das Pariser Instrumentenmuseum überließ dankenswerterweise dem Verfasser eine Photographie des Marius-Instrumentes.
15 S. Stevin, *Van de Spiegeling der Singconst*, Amsterdam 1884, S. 95.
16 L. Rossi, *Sistema musico*, Perugia 1666, S. 58.
17 H. Husmann, *Zur Charakteristik der Schlick'schen Temperatur*, AfMw 24, 1967.
18 A. Schlick, *Spiegel der Orgelmacher und Organisten*, Speyer 1511; Mainz 1959.
19 J. Murray Barbour, *Tuning and Temperament*, East Lansing, ^{3}1961, S. VII.
20 Lange, *Das Metronom als Schwebungsmesser*, Das Musikinstrument 25, Frankfurt am Main 1976.

Tabelle 1

Messungen und Meßergebnisse am Berliner Marius-Instrument

c^0	51.47	4.79	102.94	10294	= 2 · 5147
cis^0	46.68	6.12	98.15	9815	= 5 · 13 · 151
d^0	40.56	5.76	92.03	9203	= 9203
es^0	34.80	4.08	86.27	8627	= 8627
e^0	30.72	5.10	82.19	8219	= 8219
f^0	25.62	3.67	77.09	7709	= 13 · 593
fis^0	21.95	4.55	73.42	7342	= 2 · 3671
g^0	17.40	3.29	68.87	6887	= 71 · 97
gis^0	14.11	4.08	65.58	6558	= 2 · 3 · 1093
a^0	10.03	3.84	61.50	6150	= 2 · 3 · 5^2 · 41
b^0	6.19	2.69	57.66	5766	= 2 · 3 · 31^2
h^0	3.50	3.50	54.97	5497	= 23 · 239
c^1	0.00		51.47	5147	= 5147

		Cents	Δ
10294 : 10294	= 1	0.000	
10294 : 9815	= (2 · 5147) : (5 · 13 · 151)	82.492	- 1.086
10294 : 9203	= (2 · 5147) : 9203	193.953	- 1.355
10294 : 8627	= (2 · 5147) : 8627	305.847	- 1.191
10294 : 8219	= (2 · 5147) : 8219	389.723	- 0.893
10294 : 7709	= (2 · 5147) : (13 · 593)	500.626	- 1.720
10294 : 7342	= 5147 : 3671	585.070	- 0.854
10294 : 6887	= (2 · 5147) : (71 · 97)	695.827	- 1.827
10294 : 6558	= 5147 : (3 · 1093)	780.571	- 0.661
10294 : 6150	= 5147 : (3 · 5^2 · 41)	891.774	- 1.188
10294 : 5766	= 5147 : (3 · 31^2)	1003.393	- 1.299
10294 : 5497	= (2 · 5147) : (23 · 239)	1086.105	- 2.165
10294 : 5147	= 2	1200.000	-14.239

Mittlerer Fehler:

- 14.239 : 11 = - 1.294 ¢

c^0	0.000	
		697.654
$g^{-1/5}$	697.654	
		697.654
$d^{-2/5}$	1395.308	
		697.654
$a^{-3/5}$	2092.962	
		697.654
$e^{-4/5}$	2790.616	
		697.654
h^{-1}	3488.270	
		697.654
$fis^{-6/5}$	4185.924	
		697.654
$cis^{-7/5}$	4883.578	
		697.654
$gis^{-8/5}$	5581.232	
		725.806
$es^{+3/5}$	6307.038	
		697.654
$b^{+2/5}$	7004.692	
		697.654
$f^{+1/5}$	7702.346	
		697.654
c^0	8400.000	

c^0	0.000	
		83.578
$cis^{-7/5}$	83.578	
		111.730
$d^{-2/5}$	195.308	
		111.730
$es^{+3/5}$	307.038	
		83.578
$e^{-4/5}$	390.616	
		111.730
$f^{+1/5}$	502.346	
		83.578
$fis^{-6/5}$	585.924	
		111.730
$g^{-1/5}$	697.654	
		83.578
$gis^{-8/5}$	781.232	
		111.730
$a^{-3/5}$	892.962	
		111.730
$b^{+2/5}$	1004.692	
		83.578
h^{-1}	1088.270	
		111.730
c^0	1200.000	

Tabelle 2

$^1/_5$ Komma-Variante der mitteltönigen Stimmung

$gis^{-8/5}$
$cis^{-7/5}$
$fis^{-6/5}$
h^{-1}
$e^{-4/5}$
$a^{-3/5}$
$d^{-2/5}$
$g^{-1/5}$
c^0
$f^{+1/5}$
$b^{+2/5}$
$es^{+3/5}$

$$\begin{array}{r} 701.955 \\ -\ 4.301 \\ \hline 697.654 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 386.314 \\ +\ 4.301 \\ \hline 390.615 \end{array}$$

Es	B	F	C	G	D
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
83.578	83.578	83.578	83.578	83.578	111.730
195.308	195.308	195.308	195.308	195.308	195.308
278.886	278.886	278.886	307.038	307.038	307.038
390.616	390.616	390.616	390.616	390.616	390.616
474.194	502.346	502.346	502.346	502.346	502.346
585.924	585.924	585.924	585.924	585.924	585.924
697.654	697.654	697.654	697.654	697.654	697.654
781.232	781.232	781.232	781.232	809.384	809.384
892.962	892.962	892.962	892.962	892.962	892.962
976.540	976.540	1004.692	1004.692	1004.692	1004.692
1088.270	1088.270	1088.270	1088.270	1088.270	1088.270
1200.000	1200.000	1200.000	1200.000	1200.000	1200.000

A	E	H	Fis	Cis	Gis
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
111.730	111.730	111.730	111.730	111.730	111.730
195.308	195.308	195.308	195.308	223.460	223.460
307.038	307.038	307.038	307.038	307.038	307.038
390.616	390.616	418.768	418.768	418.768	418.768
502.346	502.346	502.346	502.346	502.346	502.346
614.076	614.076	614.076	614.076	614.076	614.076
697.654	697.654	697.654	697.654	697.654	725.806
809.384	809.384	809.384	809.384	809.384	809.384
892.962	892.962	892.962	921.114	921.114	921.114
1004.692	1004.692	1004.692	1004.692	1004.692	1004.692
1088.270	1116.422	1116.422	1116.422	1116.422	1116.422
1200.000	1200.000	1200.000	1200.000	1200.000	1200.000

Tabelle 3

Messungen und Meßergebnisse am Pariser Instrument von 1715

(Nach James, p.126)

c^0	4.24		8.48	$848 = 2^4 \cdot 53$
		0.38		
cis^0	3.86		8.10	$810 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5$
		0.51		
d^0	3.35		7.59	$759 = 3 \cdot 11 \cdot 23$
		0.47		
es^0	2.88		7.12	$712 = 2^3 \cdot 89$
		0.34		
e^0	2.54		6.78	$678 = 2 \cdot 3 \cdot 113$
		0.42		
f^0	2.12		6.36	$636 = 2^2 \cdot 3 \cdot 53$
		0.30		
fis^0	1.82		6.06	$606 = 2 \cdot 3 \cdot 101$
		0.38		
g^0	1.44		5.68	$568 = 2^3 \cdot 71$
		0.27		
gis^0	1.17		5.41	$541 = 541$
		0.34		
a^0	0.83		5.07	$507 = 3 \cdot 13^2$
		0.32		
b^0	0.51		4.75	$475 = 5^2 \cdot 19$
		0.22		
h^0	0.29		4.53	$453 = 3 \cdot 151$
		0.29		
c^1	0.00		4.24	$424 = 2^3 \cdot 53$

Cents	$\triangle$
0.000	
79.371	- 4.207
191.957	- 3.351
302.624	- 4.414
387.335	- 3.281
498.045	- 4.301
581.696	- 4.228
693.808	- 3.846
778.123	- 3.109
890.494	- 2.468
1003.364	- 1.328
1085.464	- 2.806
1200.000	-37.339 : 11 = - 3.394 ¢

Mittlerer Fehler

Tabelle 4

Arnolt Schlick, 1511

c^{0}	0.000
	697.654
$g^{-1/5}$	697.654
	697.654
$d^{-2/5}$	1395.308
	697.654
$a^{-3/5}$	2092.962
	697.654
$e^{-4/5}$	2790.616
	697.654
h^{-1}	3488.270
	697.654
$fis^{-6/5}$	4185.924
	697.654
$cis^{-7/5}$	4883.578
	717.204
$as^{+2/5}$	5600.782
	706.256
$es^{+3/5}$	6307.038
	697.654
$b^{+2/5}$	7004.692
	697.654
$f^{+1/5}$	7702.346
	697.654
c^{0}	8400.000

c^{0}	0.000	
		83.578
$cis^{-7/5}$	83.578	
		111.730
$d^{-2/5}$	195.308	
		111.730
$es^{+3/5}$	307.038	
		83.578
$e^{-4/5}$	390.616	
		111.730
$f^{+1/5}$	502.346	
		83.578
$fis^{-6/5}$	585.924	
		111.730
$g^{-1/5}$	697.654	
		103.128
$as^{+2/5}$	800.782	
		92.180
$a^{-3/5}$	892.962	
		111.730
$b^{+2/5}$	1004.692	
		83.578
h^{-1}	1088.270	
		111.730
c^{0}	1200.000	

$cis^{-7/5}$
$fis^{-6/5}$
h^{-1}
$e^{-4/5}$
$a^{-3/5}$
$d^{-2/5}$
$g^{-1/5}$
c^{0}
$f^{+1/5}$
$as^{+2/5}$
$b^{+2/5}$
$es^{+3/5}$

$$\begin{array}{r} 701.955 \\ +\ 4.301 \\ \hline 706.256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 701.955 \\ -\ 4.301 \\ \hline 697.654 \end{array}$$

Es	B	F	C	G	D
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
83.578	83.578	83.578	83.578	103.128	111.730
195.308	195.308	195.308	195.308	195.308	195.308
278.886	278.886	298.436	307.038	307.038	307.038
390.616	390.616	390.616	390.616	390.616	390.616
493.744	502.346	502.346	502.346	502.346	502.346
585.924	585.924	585.924	585.924	585.924	605.474
697.654	697.654	697.654	697.654	697.654	697.654
781.232	781.232	781.232	800.782	809.384	809.384
892.962	892.962	892.962	892.962	892.962	892.962
976.540	996.090	1004.692	1004.692	1004.692	1004.692
1088.270	1088.270	1088.270	1088.270	1088.270	1088.270
1200.000	1200.000	1200.000	1200.000	1200.000	1200.000

A	E	H	Fis	Cis	As
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
111.730	111.730	111.730	111.730	111.730	92.180
195.308	195.308	195.308	214.858	223.460	203.910
307.038	307.038	307.038	307.038	307.038	287.488
390.616	410.166	418.768	418.768	418.768	399.218
502.346	502.346	502.346	502.346	502.346	482.796
614.076	614.076	614.076	614.076	614.076	594.526
697.654	697.654	697.654	697.654	717.204	706.256
809.384	809.384	809.384	809.384	809.384	789.834
892.962	892.962	912.512	921.114	921.114	901.564
1004.692	1004.692	1004.692	1004.692	1004.692	985.142
1107.820	1116.422	1116.422	1116.422	1116.422	1096.872
1200.000	1200.000	1200.000	1200.000	1200.000	1200.000

Tabelle 5

$^{1}/_{5}$ Komma-Variante der mitteltönigen Stimmung

	Frequenzfaktor	Saitenlänge
a	1.0000 0000	144.00
b	1.0666 6667	135.00
h	1.1194 4444	128.64
c	1.1940 7407	120.60
cis	1.2531 0945	114.91
d	1.3366 5008	107.73
es	1.4257 6009	101.00
e	1.4962 8713	96.24
f	1.5960 3960	90.22
fis	1.6749 7922	85.97
g	1.7866 4450	80.60
gis	1.8750 0000	76.80
a	2.0000 0000	72.00

a		$= 1$	$= 1$
e	$\frac{3\cdot 403}{2\cdot 404}$	$= \frac{3\cdot 13\cdot 31}{2^3\cdot 101}$	$= \frac{1209}{808}$
h	$\frac{1\cdot 3\cdot 13\cdot 31\cdot 3\cdot 404}{2\cdot 2^3\cdot 101\cdot 2\cdot 405}$	$= \frac{13\cdot 31}{2^3\cdot 3^2\cdot 5}$	$= \frac{403}{360}$
fis	$\frac{13\cdot 31\cdot 3\cdot 400}{2^3\cdot 3^2\cdot 5\cdot 2\cdot 401}$	$= \frac{5\cdot 13\cdot 31}{3\cdot 401}$	$= \frac{2015}{1203}$
cis	$\frac{1\cdot 5\cdot 13\cdot 31\cdot 3\cdot 401}{2\cdot 3\cdot 401\cdot 2\cdot 402}$	$= \frac{5\cdot 13\cdot 31}{2^3\cdot 3\cdot 67}$	$= \frac{2015}{1608}$
gis	$\frac{5\cdot 13\cdot 31\cdot 3\cdot 402}{2^3\cdot 3\cdot 67\cdot 2\cdot 403}$	$= \frac{3\cdot 5}{2^3}$	$= \frac{15}{8}$
es	$\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 3\cdot 2^{10}\cdot 13\cdot 31}{2\cdot 2^3\cdot 2\cdot 3^5\cdot 5^2\cdot 67}$	$= \frac{2^5\cdot 13\cdot 31}{3^3\cdot 5\cdot 67}$	$= \frac{12896}{9045}$
b	$\frac{1\cdot 2^5\cdot 13\cdot 31\cdot 3\cdot 402}{2\cdot 3^3\cdot 5\cdot 67\cdot 2\cdot 403}$	$= \frac{2^4}{3\cdot 5}$	$= \frac{16}{15}$
f	$\frac{2^4\cdot 3\cdot 403}{3\cdot 5\cdot 2\cdot 404}$	$= \frac{2\cdot 13\cdot 31}{5\cdot 101}$	$= \frac{806}{505}$
c	$\frac{1\cdot 2\cdot 13\cdot 31\cdot 3\cdot 404}{2\cdot 5\cdot 101\cdot 2\cdot 405}$	$= \frac{2\cdot 13\cdot 31}{3^3\cdot 5^2}$	$= \frac{806}{675}$
g	$\frac{2\cdot 13\cdot 31\cdot 3\cdot 400}{3^3\cdot 5^2\cdot 2\cdot 401}$	$= \frac{2^4\cdot 13\cdot 31}{3^2\cdot 401}$	$= \frac{6448}{3609}$
d	$\frac{1\cdot 2^4\cdot 13\cdot 31\cdot 3\cdot 401}{2\cdot 3^2\cdot 401\cdot 2\cdot 402}$	$= \frac{2\cdot 13\cdot 31}{3^2\cdot 67}$	$= \frac{806}{603}$
a	$\frac{2\cdot 13\cdot 31\cdot 3\cdot 402}{3^2\cdot 67\cdot 2\cdot 403}$	$= 2$	$= 2$

Tabelle 6 Arnolt Schlick, 1511

a	1	$= 1$	$= 1$
e	$1 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{240}$
h	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= \frac{1}{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$	$= \frac{1}{4} \cdot \sqrt[5]{1800}$
fis	$\frac{1}{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= \frac{1}{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^3}$	$= \frac{1}{4} \cdot \sqrt[5]{13500}$
cis	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= \frac{1}{2^3} \cdot \sqrt[5]{2 \cdot 3^4 \cdot 5^4}$	$= \frac{1}{8} \cdot \sqrt[5]{101250}$
as	$\frac{1}{2^3} \cdot \sqrt[5]{2 \cdot 3^4 \cdot 5^4} \cdot \frac{2^{10}}{3^4 \cdot 5^2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= \frac{2^8}{3^3 \cdot 5}$	$= \frac{256}{135}$
es	$\frac{1}{2} \cdot \frac{2^8}{3^3 \cdot 5} \cdot \frac{3}{2^2 \cdot 5} \cdot \sqrt[5]{2 \cdot 3^4 \cdot 5^4}$	$= \frac{2^5}{3^2 \cdot 5^2} \cdot \sqrt[5]{2 \cdot 3^4 \cdot 5^4}$	$= \frac{32}{225} \cdot \sqrt[5]{101250}$
b	$\frac{1}{2} \cdot \frac{2^5}{3^2 \cdot 5^2} \cdot \sqrt[5]{2 \cdot 3^4 \cdot 5^4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= \frac{2^4}{3 \cdot 5}$	$= \frac{16}{15}$
f	$\frac{2^4}{3 \cdot 5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= \frac{2^3}{3 \cdot 5} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= \frac{8}{15} \cdot \sqrt[5]{240}$
c	$\frac{1}{2} \cdot \frac{2^3}{3 \cdot 5} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= \frac{2^2}{3 \cdot 5} \cdot \sqrt[5]{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$	$= \frac{4}{15} \cdot \sqrt[5]{1800}$
g	$\frac{2^2}{3 \cdot 5} \cdot \sqrt[5]{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= \frac{2^2}{3 \cdot 5} \cdot \sqrt[5]{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^3}$	$= \frac{4}{15} \cdot \sqrt[5]{13500}$
d	$\frac{1}{2} \cdot \frac{2^2}{3 \cdot 5} \cdot \sqrt[5]{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= \frac{2}{3 \cdot 5} \cdot \sqrt[5]{2 \cdot 3^4 \cdot 5^4}$	$= \frac{2}{15} \cdot \sqrt[5]{101250}$
a	$\frac{2}{3 \cdot 5} \cdot \sqrt[5]{2 \cdot 3^4 \cdot 5^4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{2^4 \cdot 3 \cdot 5}$	$= 2$	$= 2$

Tabelle 6a

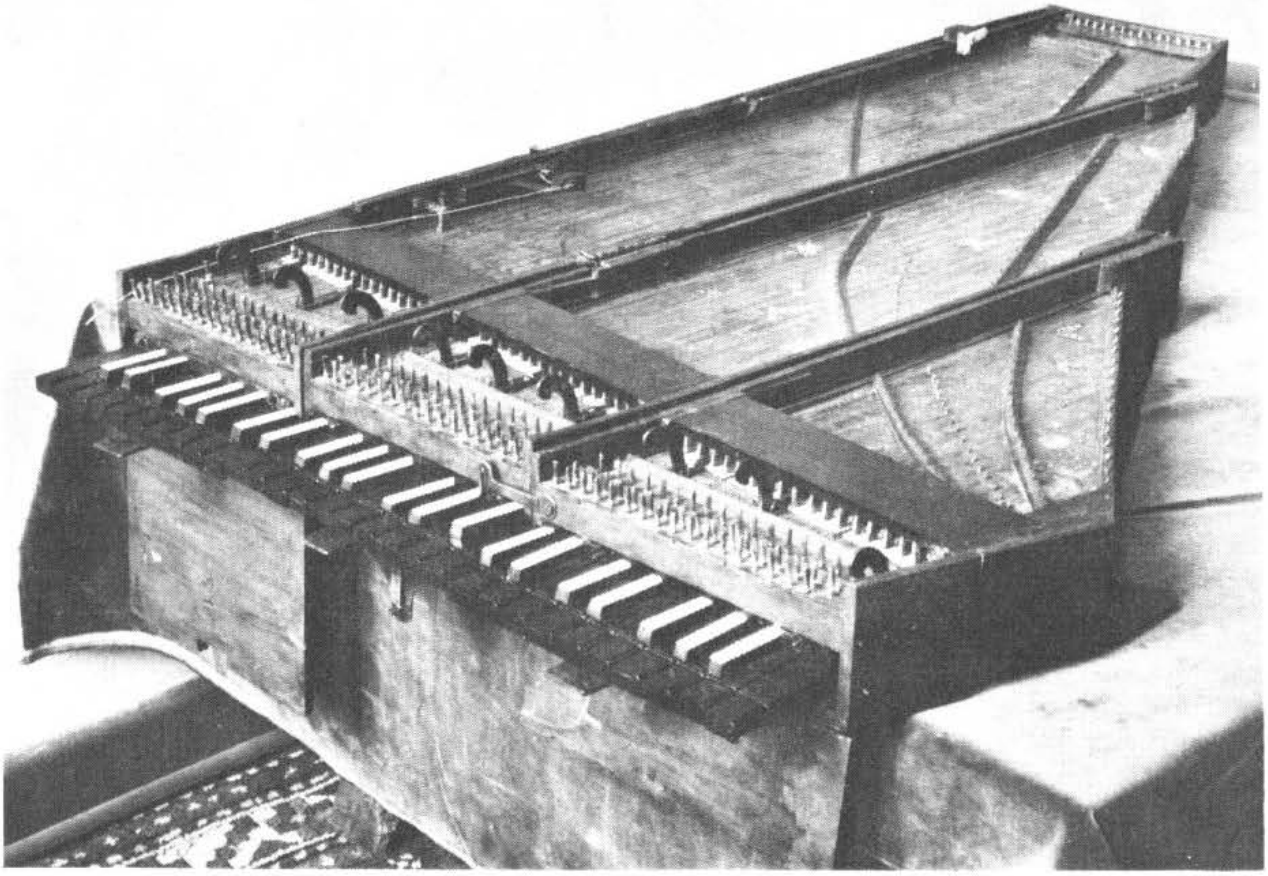
Arnolt Schlick, 1511

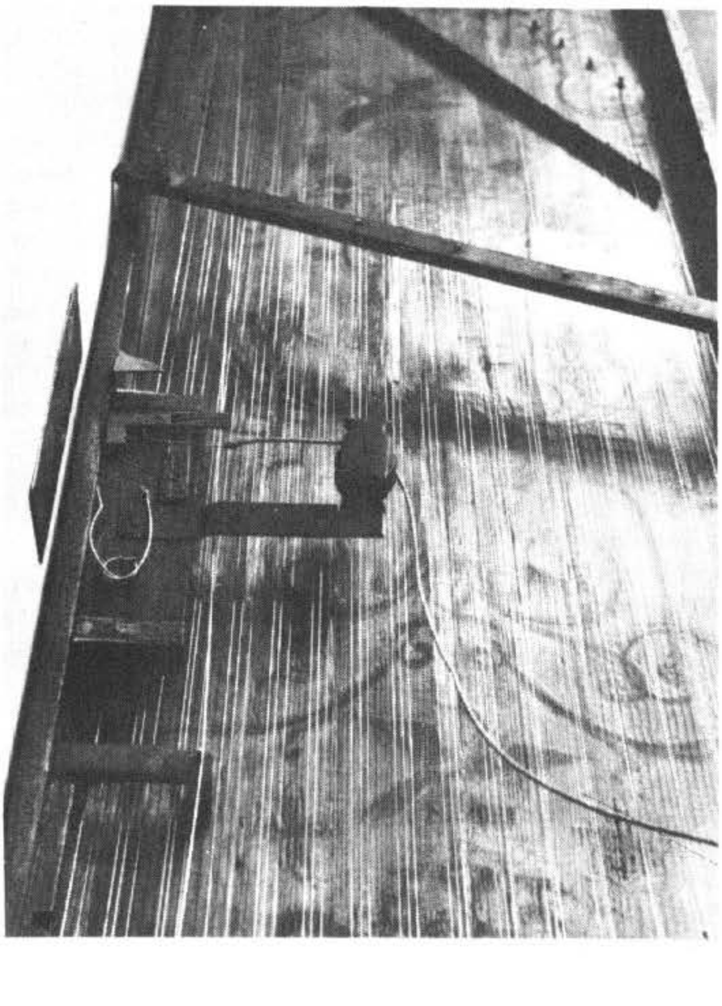
	Frequenzfaktor	Saitenlänge
a	1.0000 0000	144.00
b	1.0666 6667	135.00
h	1.1194 2373	128.64
c	1.1940 5198	120.60
cis	1.2531 0949	114.91
d	1.3366 5012	107.73
es	1.4257 6013	101.00
e	1.4962 7787	96.24
f	1.5960 2973	90.22
fis	1.6749 6896	85.97
g	1.7866 3355	80.60
as	1.8962 9630	75.94
a	2.0000 0000	72.00

Tabelle 7

Arnolt Schlick, 1511 — Schwebungstabelle — Basis: a^1 = 440 Hz

Quarte über	Quinte über	Schwebungen pro Sekunde	Kleine Sexte über	Große Terz über	Schwebungen pro Sekunde	Kleine Terz über	Große Sexte über	Schwebungen pro Sekunde
a^0	d^1	2.1891	a^0	f^1	4.3673	a^0	c^1	6.5428
b^0	es^1	2.3350	b^0	fis^1	34.8675	b^0	cis^1	29.5796
h^0	e^1	2.4505	h^0	g^1	4.8889	h^0	d^1	7.3242
c^1	f^1	2.6139	c^1	gis^1	15.6056	c^1	es^1	7.8125
cis^1	fis^1	2.7432	cis^1	a^1	5.4727	cis^1	e^1	8.1989
d^1	g^1	2.9260	d^1	b^1	5.8376	d^1	f^1	8.7455
es^1	gis^1	3.1134	es^1	h^1	46.6056	es^1	fis^1	39.5375
e^1	a^1	3.2755	e^1	c^2	6.5347	e^1	g^1	9.7899
f^1	b^1	3.4938	f^1	cis^2	52.1714	f^1	gis^1	20.8333
fis^1	h^1	3.6666	fis^1	d^2	7.3151	fis^1	a^1	10.9590
g^1	c^2	3.9111	g^1	es^2	7.8028	g^1	b^1	11.6896
gis^1	cis^2	14.6362	gis^1	e^2	45.6702	gis^1	h^1	40.3789





Clavecin brisé von Jean Marius im Musikinstrumenten Museum Berlin