

# Anregendes Griechentum

VON MARTIN VOGEL, BONN

Der vorliegende Aufsatz<sup>1</sup> beschäftigt sich mit der Frage, welche Anregungen das Studium der altgriechischen Musik zur Bewältigung aktueller Probleme zu geben vermag. Den Ausgangspunkt bildet die voraristoxenische Musik, die Musik zur Zeit der Blüte der griechischen Stadtstaaten. Diese Musik war „enharmonisch“<sup>2</sup>. Die moderne Forschung wußte lange Zeit mit den Nachrichten über die antike Enharmonik nichts Rechtes anzufangen. Da die heute gelehrte Musiktheorie Intervalle, die kleiner sind als der Halbtonschritt, ausschließt, wurde die Enharmonik von den meisten Autoren schlecht bewertet. Man hielt sie für eine mehr oder weniger abwegige Ton- und Zahlenspielerlei, nannte sie eine „Katzenmusik“<sup>3</sup> und sprach sogar von einer Perversion des Geschmacks<sup>4</sup>; dabei lassen die antiken Texte keinen Zweifel darüber, daß die Enharmonik in der großen Zeit der Griechen in höchstem Ansehen stand.

## Die antike Enharmonik

Überliefert sind die enharmonische Notation, die enharmonischen Tetrachordberechnungen, älteste enharmonische Tonleitern<sup>5</sup> und einige wenige Tonstücke mit enharmonischen Intervallschritten. Obwohl das überlieferte Material ausreicht, die antike Enharmonik zu rekonstruieren, blieb der Zugang zur Enharmonik bisher versperrt, da man verhältnismäßig spätes Quellenmaterial überbewertete. Für die Tonleitern und die Notation hielt man sich an Alypius, der dem vierten nachchristlichen Jahrhundert angehörte, für die Tetrachordteilungen und die Lehre von den Tongeschlechtern hielt man sich an Aristoxenos, obwohl die Enharmonik zur Zeit des Aristoxenos schon im Abklingen war, und sich Aristoxenos, was besonders bedenklich ist, weder in der Berechnung der Tonverhältnisse noch in der Notenschrift auskannte.

Enharmonische Tetrachordteilungen wurden von Archytas von Tarent (4. Jahrhundert v. Chr.), Eratosthenes (3./2. Jahrhundert v. Chr.), Didymos (1. Jahrhundert n. Chr.) und Ptolemaios (2. Jahrhundert n. Chr.) berechnet. Für die enharmonische Epoche der griechischen Musik kommen nur die Tonzahlen des Archytas in Betracht, da nur Archytas die Enharmonik selbst erlebte<sup>6</sup>. Die drei Tongeschlechter des Archytas lauten:

das Diatonon	:	e		d		c—		h
				9/8		8/7		28/27

<sup>1</sup> Vorgetragen auf der Kieler Tagung für Allgemeine Musiklehre, März 1959.

<sup>2</sup> Aristoxenos, *elem. harm.* 2, 8.

<sup>3</sup> A. E. M. Grétry, *Mémoires ou essais sur la musique*, Paris 1797, III/198; G. Urbain, *Le tombeau d'Aristoxène*, Paris 1924, 36 f.; H. Bouasse, *Cordes et membranes*, Paris 1926, 371.

<sup>4</sup> H. Weil und Th. Reinach, *Plutarque, De la musique*, Paris 1900, XVII.

<sup>5</sup> Aristides Quintilianus, *de mus.* 21.

<sup>6</sup> F. A. Gevaert, *Histoire et théorie de la musique de l'antiquité*, Gand 1875 I/324; I. Düring, *Ptolemaios und Porphyrios über die Musik*, in: Göteborgs Högskolas Arsskrift 40, 1934, 253; R. P. Winnington-Ingram, *The Pentatonic Tuning of the Greek Lyre: A Theory Examined*, in: *The Classical Quarterly* 6 (N. S.), 1956, 179.

das Chroma	:	e		cis		c—		h
			32/27		243/224		28/27	
das Enharmonion:	e			$\bar{c}$		c—		h
			5/4		36/35		28/27	

Die Tetrachordberechnungen des Archytas entsprachen der antiken Musikpraxis<sup>7</sup>. Sein Diatonon war die beliebteste Einstimmung des Altertums<sup>8</sup>. Noch zur Zeit des Ptolemaios, 600 Jahre nach Archytas, wurden andere „Färbungen“ (Chroai) nur in Verbindung mit dem Diatonon des Archytas gebraucht. Der Pythagoreer Archytas, Staatsmann, Feldherr, Mathematiker und Philosoph, Lehrer und Freund Platons, galt im Altertum als der Mann, der sich am meisten mit Musik beschäftigt hatte<sup>9</sup>. Das enharmonische Tonsystem war 21stufig. Entsprechend wies auch die Notation 21 Zeichen in der Oktave auf. Die antike Notenschrift gilt heute noch immer als „entziffert, aber nicht gedeutet“<sup>10</sup>. Legt man ihr die Einstimmung des Archytas zugrunde, ergeben sich zwischen der Nete Diezeugmenon und der Mese folgende Zuordnungen<sup>11</sup>:

⌊	Z	3/2	e	Nete Diezeugmenon
∨	H			
∨	Θ			
∨	I	4/3	d	diat. Paranete Diezeugmenon = Nete Synemmenon
∨	K			
∨	Λ			
∨	M	32/27	c	diatonische Paranete Synemmenon
∨	N	6/5	$\bar{c}$	enharmonische Paranete Diezeugmenon
∨	Ξ	7/6	c-	Trite Diezeugmenon
∨	Ο	9/8	h	Paramese = chromat. Paranete Synemmenon
∨	Π	16/15	$\bar{b}$	enharmonische Paranete Synemmenon
∨	P	28/27	b-	Trite Synemmenon
∨	C	1/1	a	Mese

### Enharmonik und reine Stimmung

Die Unterteilung der Ganztöne e - d und d - c wurde nur in den Transpositionsskalen nötig. Sie vollzog sich in Art des diazeuktischen Ganztons h - a. Charakteristisch für das 21stufige System ist, daß innerhalb der diatonischen Grundskala nicht nur die fünf Ganztöne, sondern auch die beiden Halbtöne durch je zwei Zwischentöne unterteilt wurden. Die Dreiergruppe eines Ganztons deutete man meist im Sinne einer Unterscheidung zwischen #-Ton (dis) und b-Ton (es), was allerdings die „homotonen“ Zeichen der Dreiergruppe eines Halbtons nicht erklären half. Die

7 M. Vogel, *Die drei Tongeschlechter des Archytas*, in: Bericht über den Internationalen Musikwissenschaftlichen Kongreß Hamburg 1956, Kassel und Basel 1957, 233—235.

8 Ptolem., *harm.* pp. 38 f. 74 und 80 (Düring).

9 Ptolem., *harm.* p. 30 (Düring).

10 I. Düring, *Ptolemaios und Porphyrios über die Musik*, 4 f.

11 Näheres hierzu in meiner Habilitationsschrift *Die Enharmonik der Griechen, Teil I: Tonsystem und Notation*.

Deutung der „homotonen“ Stufen ergibt sich aus ihrer Funktion. 7/6c- versieht im abwärts intonierten Tetrachord Diezeugmenon (e d c- h) die Funktion eines besonders engen Leittons von oben. 6/5 c̄ steht zur Nete 3/2e im Verhältnis der reinen Terz 5/4; es wurde sowohl im Spondeion-Trichord der älteren, noch vierteltonfreien Enharmonik des Olympos und Terpandros (e c̄ h), als auch in der neueren Vierteltonenharmonik (e c̄ c- h) gebraucht<sup>12</sup>. Die Terz 5/4 galt als das eigentlich „enharmonische“ Intervall<sup>13</sup>. Zusammen mit der Nete 3/2e und der Mese 1/1a ergab die enharmonische Paranete 6/5 c̄ einen reinen Mollakkord 1 : 6/5 : 3/2. Die dritte c-Stufe, 32/27c, wurde im Synemmenon-Tetrachord als diatonische Paranete gebraucht und bildete im Tetrachord Diezeugmenon zusammen mit der Nete 3/2e, der Paranete 4/3d und der Paramese 9/8h ein pythagoreisches Tetrachord.

e	d	c	h
9/8	9/8	256/243	

Die pythagoreische Stimmung blieb im enharmonischen System des Pythagoreers Archytas mithin erhalten. Aus dem gleichzeitigen Gebrauch der Stufen 6/5 c̄ und 7/6c- ergab sich schließlich das enharmonische Tetrachord e c̄ c- h mit unterteiltem Halbton. Den Griechen kam es jedoch nicht so sehr auf die Gewinnung von Viertel-tönen an, sondern auf die Einstimmung reiner Tonverhältnisse. Die griechische Enharmonik war nicht so sehr eine Musik der Vierteltöne, sondern eine Musik, in der die Töne in H a r m o n i e zueinander standen. Die griechische Enharmonik fußte auf den kleinen ganzzahligen Tonverhältnissen. Sie war eine Musik der reinen Stimmung.

Die reine Stimmung bringt zwangsläufig enharmonische Intervallschritte mit sich. Bleibt man innerhalb der Intervallverhältnisse der Primzahlen 3 und 5, ergibt sich zum Beispiel in C-dur zwischen der Mollterz der Subdominante (f-moll mit  $\bar{a}s = 814$  Cents) und der Durterz der Dominante der Tonikaparallele (E-dur mit  $\underline{g}is = 772$  Cents) ein Tonhöhenunterschied von 42 Cents, was fast einem Viertelton entspricht. Zieht man, wie die Griechen es taten, auch die Tonverhältnisse der Primzahl 7 hinzu, treten noch weitere Drittel- und Vierteltöne auf.

d	$\bar{b}$	b-	a	c
$\frac{4}{3}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{28}{27}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{16}{27}$
└───┬───┘		└───┬───┘		
5/4		36/35		
└───┬───┘			└───┬───┘	
28/27			7/4	

In dem obigen Tetrachord d  $\bar{b}$  b- a, das der Berechnung des Archytas entspricht, ist  $\bar{b}$  reine Unterterz 4/5 von d, b- dagegen Oberseptime 7/4 (Naturseptime) von c. Die Einbeziehung der Naturseptime 7/4 führt zu Skalenbildungen, die der antiken

<sup>12</sup> Näheres hierzu in meiner Habilitationsschrift *Die Enharmonik der Griechen, Teil 2: Der Ursprung der Enharmonik*.

<sup>13</sup> Ptolem., *harm.* p. 39 (Düring).

Enharmonik eng verwandt sind. Auf diesen Zusammenhang wurde bereits von Jean Adam Serre und Giuseppe Tartini hingewiesen<sup>14</sup>.

Ein Musizieren in den Tonverhältnissen der Primzahlen 3, 5 und 7 führt notwendig zu einer Art Enharmonik, führt zur Anwendung von Tonschritten, die kleiner sind als der Halbtonschritt. Aus dieser Feststellung läßt sich andererseits folgern, daß ein Musizieren mit Drittel- und Vierteltönen möglich und durchführbar ist, wenn man sich der reinen Stimmung mit den Tonverhältnissen der Primzahlen 3, 5 und 7 bedient. Von Busoni bis Boulez ist immer wieder versucht worden, das heutige System der in 12 Halbtöne unterteilten Oktave zu durchbrechen. Diese Versuche mußten scheitern, da sie von der gleichschwebend temperierten Stimmung ausgingen. Wer es einmal unternommen hat, sein Klavier selbst einzustimmen, weiß, wie schwer es ist, temperierte Intervalle zu intonieren und zu erfassen<sup>15</sup>. Die Schwierigkeiten, die bereits bei der 12-Teilung der Oktave auftreten, verstärken sich noch bei der 24- oder 36-Teilung. Die Tonverhältnisse der reinen Stimmung sind jedoch leicht intonierbar. Zum Einstimmen reiner Quinten (3/2), Terzen (5/4) und Septimen (7/4) bedarf es keiner mehrjährigen Stimmerpraxis. Eine „Enharmonisierung der Tonsprache“ ist möglich, wenn man sich, dem antiken Vorbild gemäß, der reinen Stimmung bedient.

#### Bezugstöne

Die Griechen unterschieden feste und bewegliche Tonstufen. Zu den festen Stufen (Hestotes) rechneten die Rahmentöne des Tetrachords. In dem auf Seite 2 gegebenen Ausschnitt des Tonsystems galten die beiden Neten (e und d), die Paramese (h) und die Mese (a) als fest eingestimmt. Die Hestotes gehörten zur Quintenreihe der pythagoreischen Stimmung, die sich aus Tonverhältnissen der Primzahl 3 zusammensetzt. Die beweglichen Stufen (Kinumenoi), die Binnentöne des Tetrachords, wurden innerhalb der Tongeschlechter verschieden eingestimmt. Auf sie wurden die Tonverhältnisse der höheren Primzahlen (5, 7 usw.) gelegt. Die Hestotes blieben stets gleich eingestimmt, die Kinumenoi dagegen konnten variiert werden. Das griechische Tonsystem war mithin eine Kombination von hoher Standfestigkeit und reicher Variabilität.

Um die Reinheit der Intervalle kontrollieren zu können, bedarf das menschliche Ohr fester Bezugstöne. An den Hestotes kontrollierte der griechische Musiker die Intonation der Kinumenoi. Entsprechend hätte auch der moderne Musiker zu verfahren. Innerhalb der dorischen Tonleiter e' d' c' h a g f e zählten die Töne e' h a und e zu den festen Stufen. Die gleichen Tonstufen bilden in der neuzeitlichen E-dur- oder e-moll-Kadenz den Fundamentalbaß. Nach der Tonika e, der Subdominante a und der Dominante h ist die Intonation der übrigen an der Kadenz beteiligten Töne auszurichten. Schon Tartini wies darauf hin, daß in einem solchen System fest eingestimmter Grundtöne Naturseptimen intoniert und von den gleichnamigen Terz- und Quinttönen unterschieden werden können<sup>16</sup>. Das nachfolgende Notenbeispiel zeigt eine Abwandlung der c-moll-Kadenz.

<sup>14</sup> J. A. Serre, *Essais sur les principes de l'harmonie*, Paris 1753, 45 ff; G. Tartini, *Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia*, Padua 1754, 127 f.

<sup>15</sup> K. Blessinger, *Melodielehre als Einführung in die Musiktheorie*, Stuttgart 1930, 77: „Jeder Versuch eines Musikers, sein Klavier selbst zu stimmen, endet mit einer Katastrophe“.

<sup>16</sup> G. Tartini, *Trattato di musica*, 169.



Im zweiten Akkord steht über der Subdominante  $f$  ein  $as$ -moll-Akkord. Der Akkord klingt weder in  $c$ -moll noch in  $C$ -dur ungewohnt oder fremdartig, obwohl er nach den Regeln der Stufenlehre oder der Funktionstheorie nicht einfach zu deuten ist;  $as$ -moll in  $c$ -moll oder gar  $C$ -dur gilt als weit entfernt. Der  $as$ -moll-Akkord ergibt mit dem Grundton  $f$  einen besonders wohlklingenden und stark verschmelzenden Zusammenklang, wenn man das  $es$  als Naturseptime  $7/4es$ - von  $f$  intoniert und entsprechend auch  $as$  und  $ces$  so tief nimmt, daß sie zusammen mit dem  $es$ - einen reinen Moll-Akkord ( $as$ -  $ces$ -  $es$ -) bilden. Zur Tonika  $1/1c$  steht dieses  $es$ - im Verhältnis  $7/6$ , die Mollterz  $\bar{es}$  des ersten Akkords dagegen im Verhältnis  $6/5$ . Die Tonhöhendifferenz zwischen  $\bar{es}$  und  $es$ - beträgt  $36/35 = 49$  Cents. Die Melodiestimme durchschreitet beim Durchgang von  $\bar{es}$  über  $es$ - nach  $d$  genau die gleichen enharmonischen Intervalle  $36/35$  und  $28/27$ , aus denen sich auch das Enharmonion des Archytas ( $5/4 \times 36/35 \times 28/27 = 4/3$ ) zusammensetzt. Die obige Kadenz ist also gewissermaßen eine Harmonisierung der antiken Enharmonik. Sie klingt in der beschriebenen Einstimmung ausgezeichnet und kann auch leicht ausgeführt werden, sofern nur die ausübenden Musiker sich in ihrer Intonierung nach dem Fundamentalbaß  $c$   $F$   $G$   $C$  ausrichten. Die Enharmonik ist ausführbar, sofern sie wie zur Zeit der Griechen auf ein System fester Stütztöne bezogen wird.

### Arithmetische und harmonische Teilung

Die antike Lehre von den Tongeschlechtern und den Tetrachordteilungen, die selbst bei dem in die Kanonik nicht eingeweihten Aristoxenos das Hauptstück seiner Musikfragmente bildet, galt bisher als eine „rein mathematische Spekulation“, die nur beweise, daß die griechische Theorie „schon frühzeitig jeden Zusammenhang mit der Praxis verloren hatte“<sup>18</sup>. Die antike Enharmonik war jedoch auf dem damaligen Instrumentarium ausführbar. Mit Hilfe der Überteiligkeitsreihe ließen sich selbst die enharmonischen Tonschritte  $36/35$ ,  $28/27$  und  $243/224$  verhältnismäßig leicht und hinreichend genau einstimmen<sup>19</sup>. Die enge Verbindung von Musik, Arithmetik und Geometrie, wie sie sich im Quadrivium niederschlug, machte es den Griechen möglich, Musikinstrumente zu bauen, die in bezug auf Intonationsreinheit mehr leisteten als die heutigen Instrumente, weshalb auch hierin die Beschäftigung mit antiker Musik Anregungen zu geben vermag.

In dem auf Seite 2 gegebenen Ausschnitt des Tonsystems ist  $6/5 \bar{c}$  das harmonische

<sup>17</sup> Wegen der Gegenführung der Außenstimmen fällt die Quintenparallele nicht stärker ins Gewicht.

<sup>18</sup> E. M. von Hornbostel, *Musikalische Tonsysteme*, in: Handbuch der Physik, hrsg. von H. Geiger und Karl Scheel, Band 8, Berlin 1927, 440 f.—I. Düring, *Prolemaios und Porphyrios über die Musik*, 243: „Jede auf dem Abmessen der Saiten fußende Aufstellung von Zahlenverhältnissen ist überhaupt nur als Spekulation aufzufassen. Oder glaubt in der Tat jemand, daß Prolemaios und die übrigen Theoretiker Intervalle wie  $46:45$  oder  $243:224$  auf Grund wirklicher exakter Saitenmessungen aufgestellt haben?“

<sup>19</sup> M. Vogel, in: Bericht über den Internationalen Musikwissenschaftlichen Kongreß Hamburg 1956, Kassel und Basel 1957, 233—235.

Mittel der Quinte über der Mese und  $7/6c$ - das arithmetische Mittel der Quarte über der Mese. In der antiken Enharmonik durchdringen die beiden Reihen, die arithmetische und die harmonische Teilungsreihe, einander. Das gleiche ist bereits bei den Hestotes der dorischen Oktave der Fall. Den Tönen  $e' h a$  und  $e$  entsprechen, in ganzen Zahlen ausgedrückt, die Schwingungsverhältnisse  $12 : 9 : 8 : 6$ . Diese Zahlenproportion stand bei den Griechen in höchstem Ansehen. Sie wurde „Tetraktys“ genannt. Von den Pythagoreern wurde die Tetraktys als Eidesformel gebraucht. Innerhalb der Oktave  $12/6$  ist die Paramese  $9$  das arithmetische Mittel ( $m = [a + b]/2$ ) und die Mese  $8$  das harmonische Mittel ( $h = 2ab/[a + b]$ ). Auch in der dorischen Oktave und somit auch in dem Tongerüst der festen Stufen durchdringen die beiden entgegengesetzten Teilungsreihen einander<sup>20</sup>. „Harmonia“ war für die Griechen nicht die Vereinigung von Gleichartigem, sondern von Entgegengesetztem. Heraklit sprach von der „gegenstrebigen Vereinigung“, wie sie beim Bogen und bei der Lyra aufträte<sup>21</sup>.

Auch die von den Griechen angewandte Durchdringung von arithmetischer Teilungsreihe ( $1/1, 2/1, 3/1, 4/1 \dots n/1$ ) und harmonischer Teilungsreihe ( $1/1, 1/2, 1/3, 1/4 \dots 1/n$ ) läßt sich als Anregung verwerten. Auf den ersten Blick mag es dem Praktiker so scheinen, als wenn es sich hier nur um Zahlenspielereien oder bestenfalls um Zahlensymbolik handelte. Die gegenwärtige musikalische Praxis ist jedoch so reich an ungelösten Problemen, daß es geraten erscheint, Grundfragen des Tonsystems und des Instrumentenbaues möglichst vorurteilsfrei zu diskutieren. Problematisch ist zum Beispiel die Intonation der Blechbläser. Wer sich über den Grad der Verstimmung im Blechsatz unterrichten will, sollte sich mit den Intonationsproblemen der Tuba vertraut machen. Auf den Blechblasinstrumenten steht die arithmetische Teilungsreihe als sogenannte Überblasreihe oder Naturtonreihe zur Verfügung. Sie ist dur-betont und ergibt zwischen vierstem, fünftem und sechstem Oberton den Dur-Akkord. Auf den heutigen Ventilinstrumenten stehen dem Bläser durch Hinzuschalten von Zusatzlängen weitere Obertonreihen zur Verfügung. Die Ventile können zwar auch kombiniert gebraucht werden, doch sind die durch Ventilkombinationen erzielten Töne durchweg zu hoch, da die einzelnen Ventiltzuglängen auf die Grundlänge des Instruments berechnet sind. Wird zum Beispiel das Instrument durch das Quartventil um eine Quarte vertieft, vertieft das Ganzton-Ventil nicht noch um einen weiteren Ganzton, da es zunächst nur die Grundröhre um einen Ganzton verlängern sollte, die schwingende Luftsäule aber durch das Quartventil um ein Drittel verlängert wurde und mithin ein Ganzton-Ventil verlangt, dessen Ventiltzug ebenfalls um ein Drittel verlängert ist. Die Intonationsabweichungen sind immerhin so beträchtlich, daß sie allein durch die Lippenkraft des Bläfers nicht ausgeglichen werden können. Auf einem vierventiligen f-Instrument erklingt bei Einsatz der vier Ventile nicht die zu erwartende große Unterseptime  $f$ , sondern ein Ton, der zwischen  $g$  und  $as$  liegt. Werden die Züge nach der gleichschwebenden Temperierung berechnet, beträgt die Abweichung  $178$  Cents, was einem kleinen Ganzton  $10/9 = 182$  Cents nahe kommt<sup>22</sup>.

<sup>20</sup> Zur symmetrischen Anlage des griechischen Tonsystems vergleiche M. Vogel, *Die Zahl Sieben in der spekulativen Musiktheorie*, phil. Diss. Bonn 1954, 36.

<sup>21</sup> Heraklit, fr. B 51: *παλίντροπος ἁρμονίη ὄκωσπερ τόξου καὶ λύρης*. Vergleiche auch fr. B 8.

<sup>22</sup> M. Vogel, *Die Intonation der Blechbläser. Neue Wege im Metallblasinstrumentenbau*, Düsseldorf 1961, 54.

Ventilkombinationen brauchen jedoch nicht notwendig ekmelische, das heißt musikalisch unbrauchbare Töne zu ergeben. Steht nämlich das zweite Ventil im Verhältnis des diatonischen Halbtons  $16/15$ , das dritte Ventil im Verhältnis der kleinen Terz  $6/5$  und das vierte Ventil im Verhältnis der reinen Quarte  $4/3$ , so ergibt die Kombination der drei Ventile die kleine Untersexta  $8/5$  (bei f-Instrumenten das a)<sup>23</sup>.

Grundlänge	$15/15$
2. Ventil $16/15$ , d. h. $+ 1/15$	$+ 1/15$
3. Ventil $6/5$ , d. h. $+ 1/5$	$+ 3/15$
4. Ventil $4/3$ , d. h. $+ 1/3$	$+ 5/15$
Grundlänge $+ 2 + 3 + 4$	$\frac{24}{15} = 8/5$

In der obigen Ausrechnung sind die Ventiltuglängen auf den gleichen Nenner ( $/15$ ) gebracht. Die einzelnen Längen ( $1/15, 3/15, 5/15$ ) weisen sich nun aus als Glieder der arithmetischen Teilungsreihe  $1/15, 2/15, 3/15, 4/15, 5/15 \dots n/15$ . Sie sind addierbar und ergeben in den verschiedenen Kombinationen stets weitere Glieder der gleichen Reihe, mithin emmelische Tonverhältnisse. Unter den möglichen Kombinationen sind allerdings auch die Verhältnisse der höheren Primzahlen 7, 11, 13 usw., die von der heute gelehrten Musiktheorie ausgeschlossen werden. Nur dann ergeben sich also emmelische Tonwerte, wenn die Ventiltuglängen zueinander in den Verhältnissen der arithmetischen Teilungsreihe  $1/x, 2/x, 3/x, 4/x \dots n/x$  stehen, wobei  $1/x$  ein Bruchteil der Länge der Hauptröhre sei.

Nun ist aber die Länge des schwingenden Körpers reziprok der Anzahl seiner Schwingungen. Wird zum Beispiel eine Saite oder ein Blasrohr halbiert, verdoppelt sich die Zahl der Schwingungen. Werden also die Ventiltuglängen im Sinne der arithmetischen Teilungsreihe berechnet, stehen die sich ergebenden Teiltonreihen zueinander in den Verhältnissen der harmonischen Teilungsreihe ( $x/1, x/2, x/3 \dots x/n$ ). Die harmonische Teilungsreihe ist als „Untertonreihe“ bekannt. Sie ist moll-betont. Ihre ersten sechs Glieder bilden einen Moll-Akkord. Durch Abstimmung der Ventile werden also die Blechblasinstrumente, die bisher nur über das Dur-Element der arithmetischen Teilungsreihe (Naturtonreihe) verfügten, nun auch mit dem Moll-Element der harmonischen Teilungsreihe ausgestattet. Auf einem so eingestimmten Blasinstrument durchdringen sich die einzelnen Ober- und Untertonreihen in Art der von Albert v. Thimus und Hans Kayser beschriebenen Teiltonkoordinaten<sup>24</sup>. Der Tonbereich eines solchen Instruments ist ein Ausschnitt des Diagramms, auf das v. Thimus seine „*Harmonikale Symbolik des Altertums*“ aufbaute.

### Der Strahlensatz

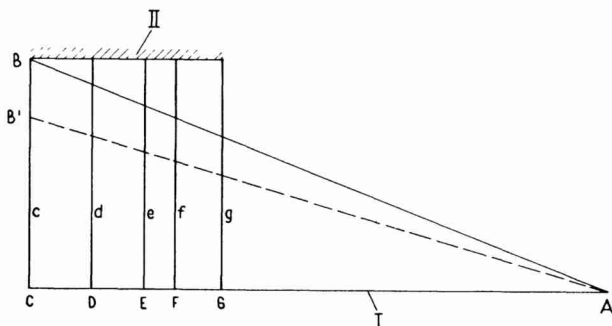
Der Tonbereich eines Blechblasinstruments, dessen Ventiltuglängen nach der arithmetischen Teilungsreihe bemessen sind, läßt sich noch wesentlich erweitern, wenn der gemeinsame Nenner verändert und zum Beispiel von Fünftel nach Sechstel oder Achtel gebracht werden kann. Dies läßt sich dadurch erreichen,

<sup>23</sup> M. Vogel, *Anordnung an Blechblasinstrumenten*. Deutsches Bundespatent 1 072 870 vom 26. April 1958.

<sup>24</sup> A. v. Thimus, *Harmonikale Symbolik des Altertums*, Köln 1868/1876; H. Kayser, *Lehrbuch der Harmonik*, Zürich 1950.

daß alle Ventiltzüge an einem verstellbaren Hebel, einem Umstimmhebel, angeschlossen werden. Die nachstehende Zeichnung möge dies verdeutlichen<sup>25</sup>.

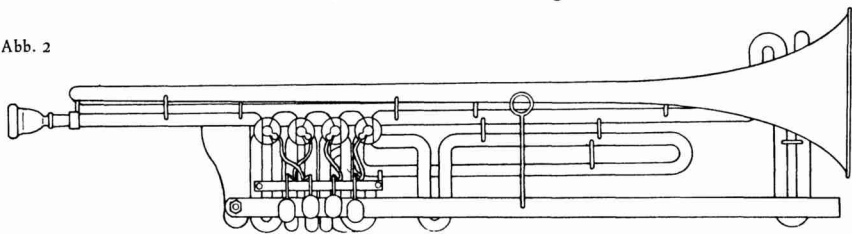
Abb. 1



Die Zeichnung soll ein mehrsaitiges Monochord mit Umstimmhebel darstellen. An dem Saitenhalter AC sind die gleichgestimmten Saiten c, d, e, f und g so befestigt, daß AD  $\frac{8}{9}$ , AE  $\frac{4}{5}$ , AF  $\frac{3}{4}$  und AG  $\frac{2}{3}$  der Länge AC betragen. Durch den Stimmhebel AB werden die schwingenden Längen der Saiten d, e, f und g so verkürzt, daß sie zur Saite c in den Verhältnissen  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{3}{4}$  und  $\frac{2}{3}$  stehen. Wird nun der Stimmhebel um den Hebelpunkt A nach B' bewegt, stehen die Saiten d, e, f und g zur Saite CB' wiederum in den Verhältnissen  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{3}{4}$  und  $\frac{2}{3}$ . Beim Verstellen des Stimmhebels ändert sich zwar die Tonhöhe des Instruments, die relativen Schwingungsverhältnisse bleiben jedoch konstant.

Bei Metallblasinstrumenten (Tuben, Hörnern, Ventilposaunen und Trompeten) läßt sich der Stimmhebel auf zwei verschiedene Arten anwenden. Werden nur die Ventiltzüge am Hebel angeschlossen, läßt sich der Hauptnenner der arithmetischen Teilungsreihe, in der die Ventiltzüge zueinander stehen, verändern, beispielsweise von  $\frac{1}{15}$  nach  $\frac{1}{16}$  oder  $\frac{1}{18}$ <sup>26</sup>. Dem Bläser steht dadurch ein erheblich erweiterter Tonbereich zur Verfügung. Eine in dieser Art umstimbare vierventilige Tuba hat — die Tonrationen der ekmelischen Primzahlen 11, 13 usw. nicht mitgerechnet — einen Tonbereich von 70 Tönen in der Oktave. Wird nun zusammen mit den Ventiltzügen auch der Hauptstimmzug am Hebel angeschlossen, läßt sich das Instrument höher oder tiefer stimmen, ohne daß sich die relativen Tonverhältnisse von Zug zu Zug verändern. Die Abbildungen 2 und 3 zeigen eine vierventilige Baßtrompete der Mainzer Firma Gebr. Alexander, die von b nach a gestimmt werden kann.

Abb. 2



<sup>25</sup> M. Vogel, *Vorrichtung an Musikinstrumenten*, Deutsches Bundespatent 1 072 460 vom 21. September 1958.  
<sup>26</sup> Die erzielten Tonreihen entsprechen den von Kathleen Schlesinger aufgestellten Modi (*The Greek Aulos*, London 1939).



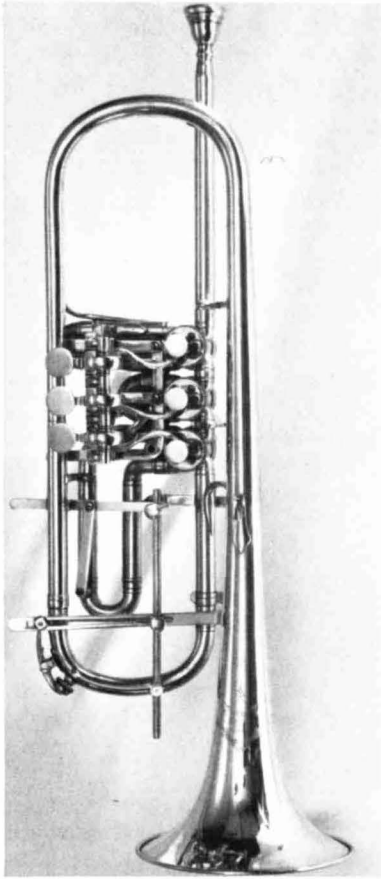


Abb. 4  
Enharmonisch umstimbare Trompete  
mit eingeschobenen Zügen

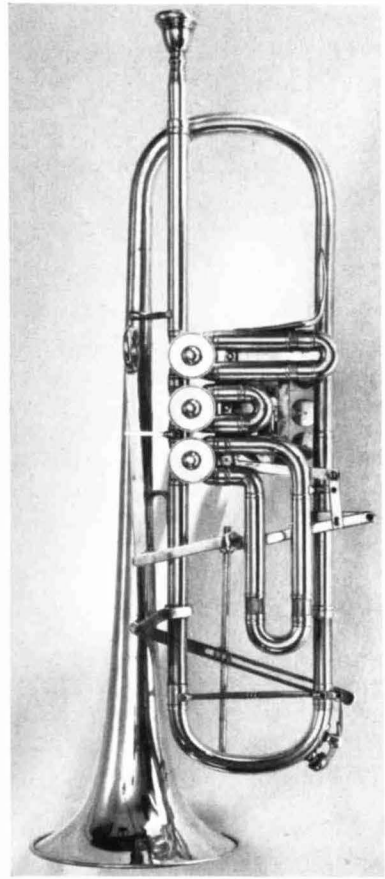


Abb. 5  
Enharmonisch umstimbare Trompete  
mit ausgezogenen Zügen



Abb. 3

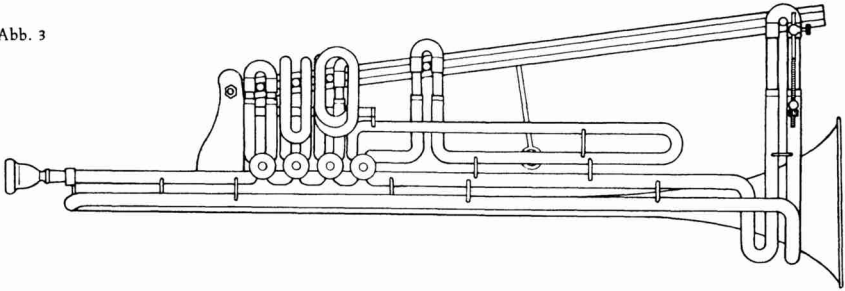


Abbildung 3 macht deutlich, wie zusammen mit dem Hauptstimmzug alle Ventile anteilmäßig ausgezogen werden. Die Anschlußstellen am Stimmhebel sind dabei so gewählt, daß ihre Abstände vom Hebelpunkt in den gleichen Proportionen stehen, in denen auch die Ventilzuglängen zueinander stehen. Da der parallel zur Haupttröhre gelegte Umstimmhebel die Trompete etwas unhandlich machte, wurde beim zweiten Musterinstrument der Firma Gebr. Alexander die Hebelwirkung auf drei Hebelpunkte verteilt (Abbildungen 4 und 5, Tafel nach S. 8). Trompeten mit Umstimmhebel wurden bisher von Gebr. Alexander, Mainz, und Helmut Finke, Herford, gebaut.

Blechblasinstrumente mit Umstimmhebel stellen eine Kombination von Zuginstrument (Zugposaune) und Ventilinstrument dar. Während bei der Zugposaune durch jede Stellung des Zuges nur drei oder vier Töne pro Oktave gewonnen werden, verfügt das hier erwähnte vierventilige Blechblasinstrument bei jedem Umstimmvorgang mit angeschlossenem Hauptstimmzug über weitere 70 Töne pro Oktave. Da in einer 70tönigen Oktave jede Halbtonstufe fünf- bis sechsmal vertreten ist, erübrigt es sich, den Hauptstimmzug um mehr als einen oder zwei Kommaschritte zu verstellen.

Die Anwendbarkeit des Strahlensatzes im Musikinstrumentenbau, die hier am Beispiel der als besonders unrein geltenden Metallblasinstrumente<sup>27</sup> aufgezeigt wurde, war im griechischen Altertum bekannt, so daß auch hierzu die griechische Musik Anregungen zu geben vermag. Bereits von Albert v. Thimus war gezeigt worden, in welcher Art der Strahlensatz im Teiltondiagramm der „Harmonikalen Symbolik“ enthalten war. Darüber hinaus läßt sich jedoch nachweisen, daß die Griechen den Strahlensatz tatsächlich zum Bau von enharmonisch umstimmbaren Saiteninstrumenten verwandten. Ptolemaios überliefert eine Figur in Art der Abbildung 1 und vermerkt dazu ausdrücklich, daß die Saiten durch einen beweglichen Steg abgegriffen wurden, und daß man die Stimmung aller Saiten auf einmal erhöhen konnte, ohne daß sich die Proportionen der Intervalle veränderten<sup>28</sup>.

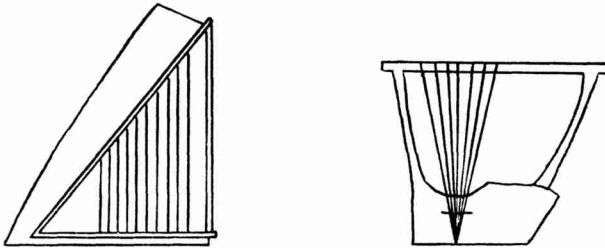
Der gegenwärtige Stand der Geschichte der Mathematik macht es wahrscheinlich, daß viele Lehrsätze der griechischen Mathematik babylonischen Ursprungs sind und bereits vor Pythagoras in Mesopotamien und vielleicht auch in Ägypten bekannt

<sup>27</sup> Manfred Büttners Trompeten-Artikel in den VDI-Nachrichten (Jahrgang 13, Nr. 26 vom 19. Dezember 1959) trägt bezeichnenderweise den Untertitel *Die Trompete, das schlechteste Musikinstrument*.

<sup>28</sup> Ptolemaios, *harm.* p. 48 (Düring).

waren. Der Strahlensatz hängt mit der antiken Gnomonik zusammen und läßt sich zusammen mit dem Gnomon, der „Sonnenuhr“, bis in babylonische Zeit zurückverfolgen. Es muß daher damit gerechnet werden, daß ein in Mesopotamien, Syrien oder Ägypten beheimatetes Saiteninstrument, das in seiner Anlage dem Strahlensatz genügte, mit Hilfe eines verschiebbaren Steges oder Kapodasters enharmonisch umgestimmt werden konnte. Zwei verschiedene Anwendungen waren möglich.

Abb. 6 und 7



Das Instrument konnte entweder nach Art der Abbildung 6 so eingerichtet werden, daß die Saiten parallel geführt waren und von zwei in einem Punkt zusammenlaufenden Geraden begrenzt wurden, oder aber es wurden wie in Abbildung 7 Saitenhalter und Steg parallel geführt, und die Saiten liefen in einem virtuellen Punkt zusammen. Abbildung 7 entspricht verhältnismäßig frühen Formen der sumerischen Leier<sup>29</sup>, Abbildung 6 gibt die Form des Trigonon, der syrischen Rahmenharfe, die auch in Ägypten und Griechenland verwendet wurde<sup>30</sup>. Von der Form her läßt sich zwar nicht mit Sicherheit auf den Vorgang des Umstimmens schließen, doch muß, wie gesagt, damit gerechnet werden, daß die dem Strahlensatz genügende Form auch sinnvoll genutzt wurde, was wiederum bedeuten würde, daß die orientalischen Hochkulturen über eine außerordentlich hochstehende und wohlklingende Musik verfügten. Verschiedene ägyptische und griechisch-römische Funde scheinen darauf hinzuweisen, daß sich der antike Musiker tatsächlich solcher Umstimmvorrichtungen bediente<sup>31</sup>.

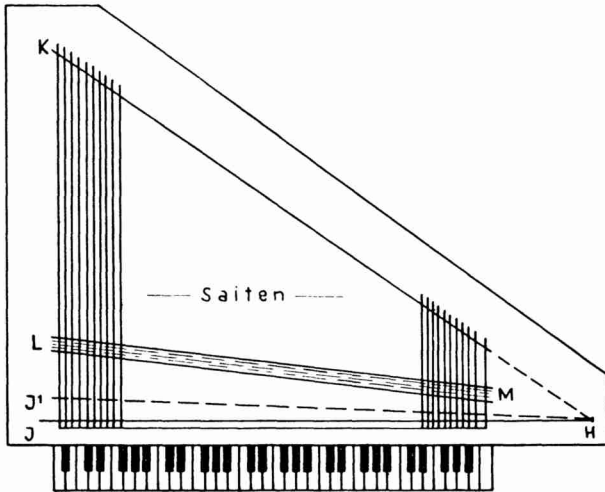
Wie schon die Abbildungen 6 und 7 zeigten, läßt sich der Strahlensatz in verschiedener Art anwenden. Für den modernen Instrumentenbau ergeben sich hieraus vielfältige Anregungen. Mit Hilfe des Strahlensatzes lassen sich nicht nur rein gestimmte Metallblasinstrumente (Tuben, Hörner, Ventilposaunen und Trompeten), sondern auch Harfen und Tasteninstrumente (Klaviere, Flügel, Cembali und Orgeln) bauen, auf denen die an sich unbegrenzte Zahl reiner Quinten, Terzen und Septimen dargestellt werden kann. Abbildung 8 gibt die schematische Darstellung eines Cembalos, das mit einem verschiebbaren Steg ausgerüstet ist.

<sup>29</sup> W. Stauder, *Die Harfen und Leiern der Sumerer*, Frankfurt/Main 1957.

<sup>30</sup> Vgl. die Abbildungen bei R. Herbig, *Griechische Harfen*, in: *Mitteilungen des Deutschen Archäologischen Instituts, Athenische Abteilung* 54, 1929, 164–193; besonders Tafel LVI.

<sup>31</sup> Hierzu äußerten sich F. A. Gevaert, *Histoire et théorie de la musique de l'antiquité*, Gand 1875, II/638; C. v. Jan, *Die griechischen Saiteninstrumente*, in: *Programm Saargemünd 1881/82*, Leipzig 1882, 18 f.; H. Riemann, *Handbuch der Musikgeschichte I* 1, 1923<sup>3</sup>, 94; R. Herbig, a. a. O., 179; I. Düring, in: *Göteborgs Högskolas Arsskrift* 40, 1934, 217; H. Hickmann, in: *Archiv Orientalní* 20, 1952, 453 ff.; ders., *Artikel Harfe*, in: *MGG* 5, 1956, 1508 und 1519.

Abb. 8



Wird ein solches Instrument zweimanualig gebaut und auch mit zwei Saitenbezügen und zwei Stimmhebeln ausgerüstet, lassen sich beide Manuale höher oder tiefer stimmen, ohne daß die Intervallverhältnisse verändert werden. Der Ganzton  $9/8$  zwischen der *c*- und der *d*-Taste bleibt im Verhältnis  $9/8$ , auch wenn *c* und *d* nach *c* + und *d* +, nach *cis* und *dis* oder nach *ces* und *des* umgestimmt werden. Tonverhältnisse, die weder im oberen noch im unteren Manual zur Verfügung stehen, können schließlich dadurch hergestellt werden, daß die beiden Manuale im Sinne des gewünschten Intervalls aufeinander abgestimmt werden. Ein erstes Instrument dieser Art, ein zweimanualiges Cembalo mit Umstimmhebeln, wurde in der Werkstatt Walter Merzdorf hergestellt. Auf ihm lassen sich nahezu alle denkbaren Tonverhältnisse, Tonleitern und Tonarten darstellen, ohne daß der Spieler gezwungen wäre, sich auf eine neuartige Spezialtastatur umzustellen. Beim Zusammenspiel mit Streichern und Bläsern vermag sich der Spieler eines solchen Instruments auf die Intonation der andern Instrumentalgruppen einzustellen.

## *Strukturprobleme der Mehrstimmigkeit im Repertoire von St. Martial*

VON GÜNTHER SCHMIDT, NÜRNBERG

St. Martial, der Name des im Hochmittelalter berühmten Klosters in Limoges, ist seit langem als musikgeschichtlicher Begriff für die der Notre-Dame-Schule zu Paris vorausgehende Epoche der abendländischen Mehrstimmigkeit geläufig; der Sache nach gehört er jedoch zu den am wenigsten geklärten der Musikforschung. Sobald man sich nämlich mit diesem Stilkreis der Mehrstimmigkeit näher befaßt, ist