ziert. Jedenfalls zeigt die Bearbeitung Annettes die selbständige, von der Liedauffassung ihrer Zeit bestimmte Nachschöpfung. Auch wo sie frei verfährt, ist in manchen Motiven die Grundlage des Originals sichtbar, doch wird es nach zeitbedingten Auffassungen neu gestaltet. So ist Annettes Bearbeitung des Lochamer Liederbuchs ein Zeichen für die Volksliedauffassung ihrer Zeit, die neben den zahlreichen Volksliedbearbeitungen ihrer Zeitgenossen steht[21]. Daß sie aber 1836 das Lochamer Liederbuch in seiner Gesamtheit in dieser Gestaltung schrieb, ist für die ernste Beschäftigung der Dichterin mit dem Volkslied nach seiner dichterischen und musikalischen Seite bedeutsam.

EIN HILFSMITTEL ZUR BESTIMMUNG DER SCHRITTGRÖSSE BELIEBIGER INTERVALLE

VON FRITZ BOSE

Durch die Angabe der Schwingungszahl oder Hertz (Htz) ist die absolute Lage eines Tones im Hörbereich exakt bestimmt. Doch interessiert sehr häufig weniger die absolute als die relative Stellung, bezogen auf einen anderen Ton, wie den Meßton der Normalfrequenz, den Kammerton oder das temperierte „C". Diese Beziehung ist aber nicht an den Schwingungszahlen ohne weiteres abzulesen. Bei gleichen Intervallen ändert sich der Abstand in Schwingungen je nach der Oktavlage. Ein Tonhöhenunterschied von 50 Htz ist in der Oktavlage 100—200 Htz ein Quintintervall, während vier Oktaven höher nur ein Vierteltonschritt ist. Auch das Verhältnis der beiden Schwingungszahlen, das wir sonst zur Definition des Intervalls benutzen, ist nicht immer leicht erkennbar. Den Schwingungszahlen 400 und 600 Htz sieht man freilich das Quintintervall 2 : 3 ohne weiteres an, nicht aber 352 und 528,3 Htz und 4902 und 7352 Htz. Die Umrechnung von Intervallen in dezimale Relationen (o,7500 für 2 : 3, o,200 für 4 : 5, o,777 für 8 : 9 usw.) ist nicht viel anschaulicher und erfordert schon einen erheblichen rechnerischen Aufwand.
Die beste Methode der Größenbestimmung von Intervallen ist die von dem englischen Physiker A. J. Ellis 1884 mitgeteilte[1] und seitdem allgemein in der Musikwissenschaft und Akustik übliche der Unterteilung des Oktavintervalls in 1200 gleiche Teile. Da das Oktavintervall rechnerisch als das Verhältnis 2:1 oder $^2/_1$ auftritt, ist demnach der 1200. Teil, also ein Cent

$$1\ C' = \sqrt[1200]{2}$$

und damit ein rechnerisches Maß für die Intervallbestimmung gegeben. 100 C' sind ein temperierter Halbton. In Cents angegebene Intervalle

[21] W. Wiora, Das echte Volkslied, 1950, 7 f.
[1] Tonometrical Observations on some existing non-harmonic Scales — Proc. Roy. Soc. 1884.

sind also im Hinblick auf unser temperiertes Tonsystem sofort anschaulich. Ein Intervall von 454 C' wird als ein Mittelton zwischen der temperierten Großterz (400 C') und Quarte (500 C') erkannt.
Aus den Schwingungszahlen die Intervallgröße in Cents zu errechnen, bleibt allerdings auch nach Ellis ein mühevolles Verfahren, das zeitraubend und für den Nichtmathematiker schwierig ist. Diesem Übelstand wurde von E. M. von Hornbostel dadurch abgeholfen, daß er eine „Tafel zur logarithmischen Darstellung von Zahlenverhältnissen" veröffentlichte[2], die zu linear ansteigenden Schwingungszahlen logarithmische Werte angab, deren Differenzen als Cents gelesen werden konnten. Die schwer zugängliche Tabelle wurde von J. Kunst soeben wieder abgedruckt[3], wofür ihm alle zu Dank verpflichtet sind, die Intervalle zu messen oder zu bestimmen haben. Mit Hornbostels Tabelle kann man mit ausreichender Genauigkeit jedes beliebige Intervall in Cents ausdrücken und zu jedem in Cents gegebenen Intervall die Schwingungszahlen bestimmen.
Leider ist aber auch der Neudruck von Kunst nicht allgemein zugänglich, solange die Einfuhr ausländischer Literatur noch mancher Beschränkung unterliegt. Auch ist das Arbeiten mit Hornbostels Tabelle, obwohl sie den Gebrauch einer zusätzlichen Logarithmentafel unnötig macht, doch wieder schon zu viel Aufwand für den, der schnell und ohne viel zu rechnen ein Intervall bestimmen möchte. Ich benutze dafür seit vielen Jahren ein sehr einfaches Hilfsmittel, ein Nomogramm, das in der Art eines Rechenschiebers das sofortige Ablesen eines Intervalls in Cents erlaubt. Als zweite, bewegliche Skala dient mir dabei ein gewöhnliches Lineal. In der Annahme, daß sich auch andere Kollegen gern einer solchen praktischen Skala bedienen möchten, teile ich sie hier mit (Abb.). Sie enthält die Schwingungszahlen von 200—600 Htz in logarithmisch verkürzten Abständen. Legt man an diese Skala ein Lineal oder einen Streifen Millimeterpapier, so entspricht jeder Zentimeter einem temperierten Halbton 100 C', jeder Millimeter 10 C', und 12 cm der Oktave, an welcher Stelle der Skala man auch mißt[4].
Die Vorteile dieses Nomogramms und seine einfache Handhabung ergeben sich am besten an Hand einiger praktischer Aufgaben:
1. Von einem gegebenen Ton von 412 Htz aus ist die temperierte Quarte (500 C') zu suchen. Wir messen mit dem Lineal von einem Punkt zwischen den Marken 410 und 415 Htz aus 5 cm ab und finden die gesuchte Schwingungszahl bei der Marke 550 Htz.
2. Die Größe des Intervalls von 195 Htz zu 304,3 Htz ist gesucht. Da unsere Skala erst mit 200 Htz beginnt, müssen wir die Frequenz 195 Htz

---

[2] Zeitschr. f. Physik, Bd. 6, 1921.
[3] Musicologica — Indisch Instituut (Amsterdam) 1950.
[4] Die von J. Kunst a. a. O. S. 16 wiedergegebene „Music Rule" von M. Reiner, Haifa, ist gleichfalls eine graphische Darstellung der Schwingungszahlen in logarithmischer Fortschreitung. Man benötigt hier aber für die Darstellung der Intervalle eine zweite, linear fortschreitende Skala. Der Maßstab ist zudem so klein, daß die Ablesung nicht mit wünschenswerter Genauigkeit möglich ist.

zu 390 Htz verdoppeln. Die Entfernung von 304,5 bis 390 Htz sind 430 C‘ (43 mm). Diesen Betrag müssen wir von 1200 C‘ abziehen, um in richtiger Oktavlage 770 C‘ zu erhalten.

3. Das Intervall von 752 Htz zu 666 Htz ist auf den Grundton 732 Htz, den chinesischen Kammerton, zu übertragen. Die Tonhöhen des Ausgangsintervalls liegen außerhalb unserer Skala und werden zunächst oktavversetzt zu 376 und 333 Htz. Zwischen diesen beiden Schwingungszahlen messen wir die Entfernung mit 21 mm = 210 C‘, dem Wechselschritt der javanischen Pelog-Leiter. Diese Entfernung legen wir an den neuen Grundton 732 Htz an, den wir gleichfalls zu 366 Htz oktavieren, und erhalten als neuen „Wechselton“ die Frequenz von 413 Htz, verdoppelt also 826 Htz. Das gesuchte Intervall ist bestimmt durch die Frequenzen 826 : 732 Htz.

Die Zuverlässigkeit unserer Messungen können durch logarithmische Berechnungen geprüft werden. (Beispiel 1 = 550 Htz, Beispiel 2 = 770 C‘, Beispiel 3 = 826,4 Htz.) Sie zeigen, daß die Methode zu recht genauen Resultaten führt. Die Ablesefehler sind ziemlich klein, sie müssen theoretisch unter $^{1}/_{2}$ mm bleiben, denn um so viel höchstens kann man sich irren. Diesem größten möglichen Fehler entspricht eine Differenz des Resultates von 5 C‘ oder 1—2 Schwingungen innerhalb unseres Meßbereichs. Im allgemeinen werden die Ablesefehler aber unter diesem Maximum liegen und nur 1—2 Zehntelmillimeter oder 1—2 Cents betragen. Das ist eine Ablesegenauigkeit, die für fast alle Zwecke der Theorie und Praxis mehr als ausreichend ist. Auch die Tabelle v. Hornbostels ist kaum genauer. Nur wer Intervalle auf 1 Cent genau und Schwingungszahlen auf Bruchteile einer Schwingung genau bestimmen muß, wird statt unseres Nomogramms wie bisher die Logarithmentafel bemühen müssen.

Unser Nomogramm erlaubt also die mühelose Umwandlung von Schwingungszahlen in Cents und umgekehrt. Damit sind alle Intervalle in ihrer Schrittgröße mit einem Blick auf das Lineal zu erfassen — aber nur im Hinblick auf das temperierte System. Die sogenannten natürlichen oder reinen Intervalle, die der Reihe der Naturtöne entnommen sind und deren Freqenzen im Verhältnis einfacher ganzer Zahlen stehen, sind nicht in glatten Zentimetern ausgedrückt und also mit dem Zentimetermaß nicht unmittelbar anschaulich darstellbar. Doch kann man mit geringer Mühe ein Lineal als Maßstab auch für die reinen Intervalle einrichten, indem man deren Lage in Millimetern umgerechnet darauf markiert. Die Cent-Einteilung in Millimetern bleibt dabei erhalten, so daß es nun zugleich reine wie temperierte Intervalle anzeigt. Es genügt hierfür zu wissen, welche Schrittgröße die natürlichen Intervalle in Cents ausgedrückt aufweisen:

Oktave	1 : 2	1200 C'
Gr. Sept.	16 : 30	1089 C'
Kl. Sept.	9 : 16	996 C'
Gr. Sexte	3 : 5	884 C'
Kl. Sexte	5 : 8	814 C'
Quinte	2 : 3	702 C'
Quarte	3 : 4	498 C'
Gr. Terz	4 : 5	386 C'
Kl. Terz	5 : 6	316 C'
Ganzton	8 : 9	204 C'
Halbton	15 : 16	111 C'

Wir tragen nun diese Centzahlen als Entfernungen in Millimetern auf unserem Lineal ein, wobei wir uns erinnern, daß 100 C' = 1 cm, 10 C' = 1 mm sind. Ein dünner Tintenstrich markiert die Intervalle, z. B. den Halbton 15 : 16 bei 11 mm, 8 : 9 bei 20 mm usw. Das so präparierte Lineal — es kann auch ein Stück Millimeterpapier sein — ergänzt unser Nomogramm zu einem hochwertigen Rechenstab mit drei Skalen, der nun die direkte und rechnungsfreie Ablesung von Schwingungszahlen in Cents und temperierten Intervallen und umgekehrt, von Schwingungszahlen in natürlichen Intervallen und umgekehrt und von Cents bzw. temperierten Intervallen in reinen Intervallen und umgekehrt, also in sechs verschiedenen Umrechnungsvorgängen ermöglicht. Logarithmentafeln oder sonstige Umrechnungstabellen werden dabei nicht benötigt, alle Rechenvorgänge sind bereits durch die Anordnung der Skalen automatisch vollzogen, wenn die Skalen aneinander gelegt werden. Bis auf gelegentliche Oktavversetzung ist keine rechnerische Arbeit mehr zu leisten, und auch diese Multiplikation mit 2 oder $^1/_2$ bedeutet keinerlei Aufwand mehr. Alles Weitere ist durch einfaches Ablesen der Resultate getan, wobei die Genauigkeit des Resultates von der Sorgfalt im Anlegen und Ablesen des Maßstabes wesentlich abhängt, nicht mehr aber von irgendwelchen mathematischen Fähigkeiten.